

# 実習「月の満ち欠けから月の公転を理解する」

長野工業高等専門学校 大西浩次

## 1. 教材実習の主目的

マカリ教材の主目的は、Fitsデータなどの「真正資源」を活用した学習である。しかし、デジタルカメラの普及により、手軽に天体画像が撮影できる事、Webなどで公開されているJpgなどの画像にも、素材として魅力的なものがある事などから、これらの画像を用いたマカリ教材を開発中である。Jpg画像は、Fits解析ソフト「マカリ」の測光機能などは使えないが、「位置測定」や「グラフ機能」などは使用できる。そこで、この機能に限定した教材を作ってみた。本教材は「学生たちに月の満ち欠けや月の公転を理解してもらおう」目的で制作しているが、講習会の実習では、マカリの「位置測定」や「グラフ機能」などを使用した自作教材の可能性を感じてもらおう事を主目的とした。将来は、この「月」教材シリーズに始まる自作教材が多数生まれる事を期待している。

## 2. 教材の目的

教材「月の満ち欠けから月の公転を理解する」では、月の満ち欠けの原理を月が球体であることより理解し、(1)月の満ち欠けから位相角が求められる、(2)複数日の月の画像から月の公転を確認する事を目的としている。最近、新教育課程の児童の多くが「太陽の回りを地球が回っている」のか「地球の回りを太陽が回っている」のかを知らない事が指摘されている。この「天動説か地動説か」という問題は、「理科離れ」や「学力低下」などいろんな文脈で言われている。しかし、「天動説か地動説か」を知っている大人たちに、なぜ「地動説」が正しいと考えられているのか、その根拠は？、あるいは、どのくらい「地動説」が正しい事を実感しているかと問えば、多くの人が、その理由を答える事ができない、その「実感」を得ていない事が分かる。すなわち、単なる「知識」の有無以上に、「科学的論理性」や「科学的思考」が会得されていないことが大きな問題であると考え。私としては、「天動説か地動説か」という知識の有無を問題にするのではなく、知識と理解のギャップ、論理と感覚(実感)のギャップを埋めるような「パブリック教材」を作りたいと考えている。本教材は、このような考えから作った第1段の教材です。本教材で、月が公転している事を確かめる事によって、月を見上げるごとに、「あの月が地球の周りを回っているなら、地球も太陽の回りを公転していることも理にかなっている」と考える人が増えてもらう事を期待している。

### 3 . 実習の内容

この演習は 50 分授業 2 回を想定している。1 回目は、マカリのグラフ機能の使い方を学ぶ事と、測定原理を確認すること（理解できればなお良い）。2 回目は、全員で共通の画像を解析し、測定手順や結果を確認し、「月の位相角が求まる」事を確認(実感)した後、グループごとに、数日分の月の画像を解析し（1 人あたり 1 枚）、各自のデータを集めてグラフ化する。これより、月が地球の周りを回っている事を確認(実感)する。

講習会での実習では、3 テーマの実習の最初であったため、マカリの簡単な使い方からはじめ、マカリの「グラフ機能」の使い方まで、20 分以上の時間をかけた。次に、月の離角を教材に沿って実施した。そのため、予定の 50 分をオーバーしてしまい、予定の複数日の月の離角（位相角）の測定による公転を確かめるまでは出来なかった。

### 4 . 参加者の意見や感想（抜粋したもの）

- 「注意深く観察（観測）すると、手に届かない月などの天体の存在を実感できる」事が分かった。
- 身近なデジカメで教材が制作できるのは良い
- おなじみの月の画像からアイデアしていろんな教材が低学年から高学年までに適した教材が作れる事が分かった。
- 月という分かり切った存在と思われる天体を使って、測定する事で実にいるような事を導けると言う点がとても面白かった。
- 比較的簡単。工夫次第では小学生でも使えそう。
- 計算にエクセルなどを用いて、数値を入れるだけで出る様にすれば、中学生や小学生でも活用できるかも。
- 得られる結論は周知の事であるので、それを自分自身で確かめる事の大切さをアピールしたい。
- 月の直径の決定が荒いような印象を持つ。
- 位相角までは良いとして、それで月の公転を納得させるのは難しそう。
- 生徒の立場（特に文系）では作業そのものは出来るだろうが、数式の意味や結果から月の公転を実感できるかという点は、ちょっと厳しいだろう。

### 5 . 今後の課題

測定法の能率化や、三角関数などが知らない学生でも使える教材にすること。もう少し精練して、小学生版、中学生版、高校生版、パブリック・アウトリーチ版など、多くの人々に使いやすい・理解しやすい教材に仕上げてゆきたい。

## 月の満ち欠けから月の公転を理解する

教師ガイド

今日(2006年1月9日)の演習の主目的

- (1) 自作教材の制作のヒントを提供。
- (2) マカリの位置測定、グラフ機能を使いこなす。
- (3) Fits だけでなく Jpg ファイルも使える。
- (4) デジカメを使った測定用画像の撮影演習も行なう。

月教材(本教材)の目的

- (0) 測定原理は、単純ですが計算に三角関数を使っているため、演習の対象は、高校生(以上)を主眼にしています。しかし、三角関数をブラックボックスにすれば(エクセル等で計算する)生涯教育や小中学校でも演習は可能です。
- (1) 月の満ち欠けと位相角の関係を確認し、月が球体である事を確認しよう。
- (1) 連日の月の位相角変化を測定して、月の公転を確認しよう。

本教材の発展

- (1) 位相角と見かけの離角から惑星までの距離を測定しよう(火星・金星の距離測定、教師ガイド参照)。
- (2) 地球の自転と月の見かけの大きさから、月までの距離を測ろう(製作中)。
- (3) 地球の自転と月の見かけの大きさから、地球の自転を確認しよう(製作中)。

### 1. はじめに

月が球体である事は知っていますね。でも、本当に実感できるでしょうか?ここでは、月の満ち欠けの画像を測定して、月が球体である事を確認してみよう。

月が満ち欠けするするのはどうしてでしょう。その昔、「ボールに横からライトを当てると半月になって・・・」などということを知った記憶があるかもしれません。下の写真は、2004年11月中の5日間に撮影された画像の合成写真です。



図1: 月の満ち欠けの様子。 2004年11月撮影 提供: 田中一幸氏

## 月の満ち欠けから月の公転を確認する (教師用ガイド)(試行版 2006.1.9)

このような月の満ち欠けはどのようにおきるのでしょうか。はじめに、月が球体であるとして、月の満ち欠けの原理を確認してみましょう。

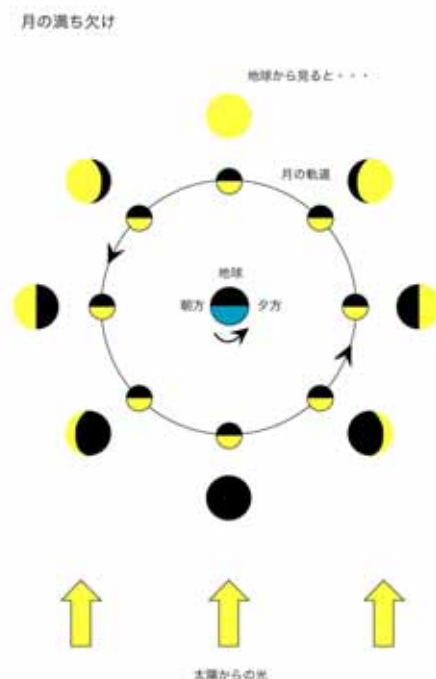


図2 月の満ち欠けの原理図

提供：PAONET イラスト WG

図2のように月が地球の周りを公転しています。なお、月までの距離は、太陽よりはるかに近いので、太陽光線が地球と平行に当たっています。その結果、図2のように、地球から見ると月が公転するにつれ、満ち欠けしてゆく様子が見られるのです。ところで、この満ち欠けの様子が、本当に図のように説明できるか確かめるには、どうしたら良いでしょうか。

この演習では、実際の月と太陽の離隔の測定と月の画像の測定で上記の説明が正しい事を確認してもらう事を目的としています。この説明が実感できると、月が球であることも分かるでしょう。さらに、複数の月の画像を調べる事によって、月が地球の回りを公転している事が分かるでしょう。

### コラム：

最近、「天動説か地動説か」と言う点で、現状の理科教育の問題が指摘されています。しかし、逆にどのくらいの人々が「地動説」を実感しているのでしょうか？本教材は、月が公転している事を確かめる事によって、「地球も太陽の回りを公転しているだろう」という論理飛躍を容易にし、「年周視差」などの知識が実感できるのではないのでしょうか。このような教材から、「地動説」を実感できればと期待しています。

月の満ち欠けから月の公転を確認する

## 2. 地球、月、太陽の位置関係と月の満ち欠け

ここで、太陽、月、地球の位置関係と月の満ち欠けの関係式を導出してみよう。

仮定： (1) 月が球体である。

(2) 月が地球の周りを公転している。

(3) 太陽光線が地球と月に平行に照らしている。

このとき、図 3 のように、地球から見た月と太陽の離角を  $\theta$  とすれば、月の太陽光で照らされている部分の長さ  $L$  は、月の半径を  $R$  として  $R \times (1 - \cos \theta)$  と表せます。それゆえ、 $R$  と  $L$  の長さを測定すれば、月の離角  $\theta$  が求められます。この値と、実際の離角 の値を比較する事で、月の満ち欠けの原因 を確かめます。

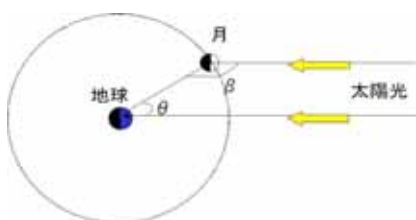


図 3a 地球の公転面上での地球、月、太陽の位置関係。月は地球の周りを公転しています。いま、地球から見た月と太陽の離角を  $\theta$ 、月から見た地球と太陽の離角(位相角と言う)を  $\beta$  とすると、図 3a のような位置関係になる。なお、月までの距離は太陽よりはるかに近いので、ほとんど、太陽光線が地球と平行に当たっているとみなせるので、 $\theta + \beta = 180^\circ$  が成立する。

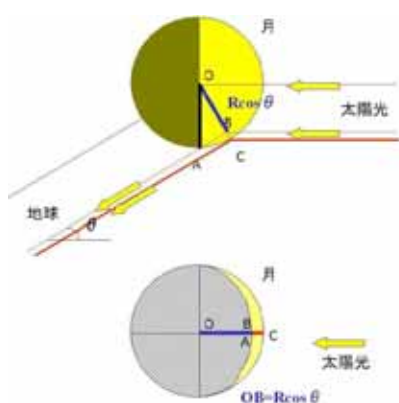


図 3b 公転面上方から見た月 図 3c 地球から見た月

月が球体であるとしよう。図 3b は公転面上方から見た月で、太陽光は、右半球のみ照らされている。この様子を、地球から見たのが図 3c です。図 3b の実線の光線の当たっている点 A, C が図 3c の A, C 点に対応します。図 3b の直角三角形 AOB の  $\angle AOB$  は  $\theta$  です。それゆえ、影の部分の長さ OB は、月の半径を  $R$  とすると  $R \cos \theta$ 、すなわち、太陽光の当たっている部分の長さ  $L = R(1 - \cos \theta)$  となる。

月の満ち欠けから月の公転を確認する

### 3. 月の画像を用意する

測定する月の画像を用意しましょう。マカリは Fits 画像だけでなく JPG や BMP などコンピュータで一般的な画像形式も扱うこともできます。ここでは JPG 画像で説明します。図 4 は、天体写真家の田中一幸さんが撮影された月齢 4 の月のです。マカリを使って離角を測ってみましょう。



図 4 月齢 4 の月

2004 年 11 月 16 日 17 時 40 分撮影した月齢 3.8 の月。 提供：田中一幸氏

画像の用意：

このテキストは、自分で撮影した画像を解析する事を推奨しています。小型のデジタルカメラを望遠鏡に取り付ける（コリメート法）と手軽に月面を撮影できます。

しかし、適切な画像が手元に無い場合は、このテキストで使用している画像を下記のアドレスからダウンロードして使用してください。

(約 1 年間置いておきます 2007 年 3 月まで)

画像の場所は[http://www2.nagano-nct.ac.jp/~ohnishi/Paofits\\_moon/](http://www2.nagano-nct.ac.jp/~ohnishi/Paofits_moon/)

のなかの画像素材月の中あります。この圧縮データは、Moon Image.zip です。

## 月の満ち欠けから月の公転を確認する (教師用ガイド)( 試行版 2006.1.9 )

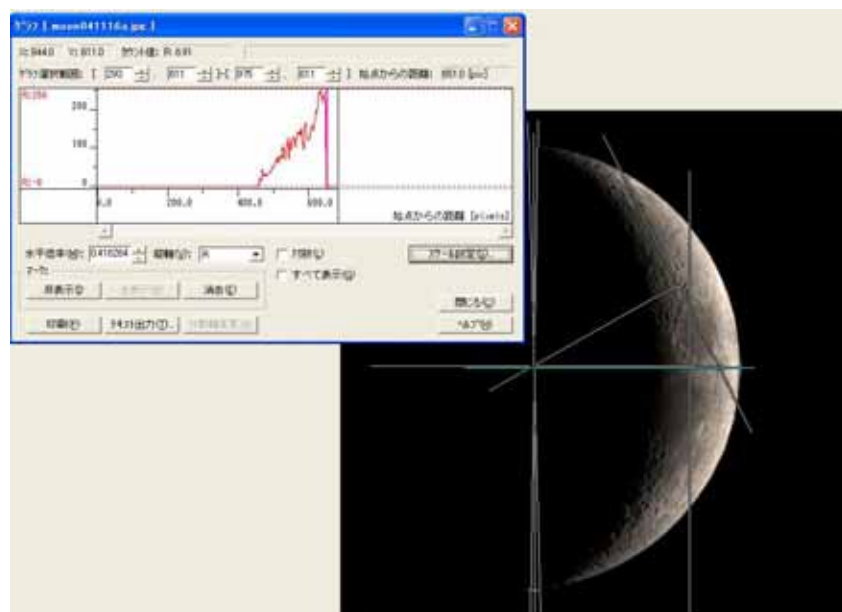


図5 マカリのグラフ機能による輝度測定と R と L の計測

マカリのグラフ機能を使って、月の輝度を測る。中心付近を通るように南北(上下)東西(左右)方向に数本ずつ測定してみよう。(注)月の中心の決め方: 図のように円弧の一部を直線で切り取り、その中点をグラフ機能で見つけて、垂線を書く。同様にもう1本を同様に描けば、交点が月の中心である。この中心を通る線分の長さを測れば良い。

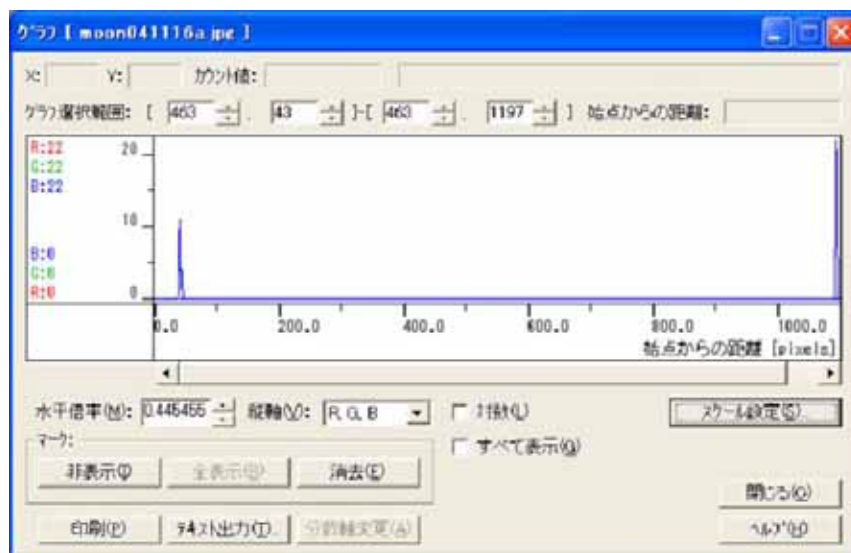


図6 マカリのグラフ・ウインドウ

マカリのグラフウインドウの左下にテキスト出力がある。これをクリックすると、グラフのデータが cvs ファイル形式で保存される。

月の満ち欠けから月の公転を確認する



## 4 . 月の半径Rを測定する

ここでは、マカリの「グラフ」機能を使って、月の半径を測定してみましょう。マカリで月の画像を開きます。タスクバーの「グラフ」をクリックした後に、画像上をクリックして(始点指定)、マウスのボタンを押したままカーソルを移動してボタンを離します(終点指定)。すると、始点から終点までの輝度を示すグラフが表示されます。このとき、月の南北(図4では上下)方向に、月の中心を通るように引いて見ましょう。グラフの上でマウスをドラッグするとどの位置の輝度を示しているか、画像上に位置が表示されます。グラフのウインドウの上には「始点からの距離」がピクセル単位で表示されるので、月の端の位置を画面を見ながら決めて上の端の値から下の端の値を引けば月の直径をピクセル単位で表すことができます。この作業を何度も繰り返すと、最も大きな値になるところがあります。このときが“ちょうど”月の中心を通過して測っていると考えられます。

補足：月の中心の測定法

月の東西、南北が分かりにくい時は、月の中心を先に(作図的に)求めると良い。図5のように円弧の一部を直線で切り取り、その中点をグラフ機能で見つけて、垂線を書く。同様にもう1本を同様に描けば、交点が月の中心である。この中心を通る線分の長さを測れば良い。

グラフのウインドウの中にテキスト出力ボタンがあります(図6)。これをクリックすると、cvsファイルで画像の(x,y)座標とその輝度が記録されます。このデータをエクセルで開いてグラフ化すると、より正確に測定できます。月の南北に引いた2本の線から、月の直径が1056ピクセル、半径R=528ピクセルと求まりました。

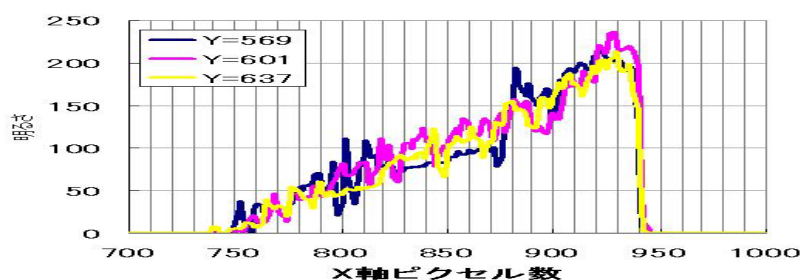


図7 月の明るさのグラフ

cvs ファイルをエクセルで開いてグラフ化した図。このようなグラフを作る事で、正確な測定が出来ます。



## 5. 離角 の測定

次に太陽光で照らされている部分の長さ  $L$  を測ります (図 3、図 4 参照)。先ほどと同じように、「グラフ」機能で月の画像を東西方向に月の中心を通るように測ります。図 7 は、グラフのテキスト出力したファイルをエクセルで開いて、グラフ化した図です。この図より、 $L=197$  と求まりました。以上の結果、 $(1-\cos \theta) = (197/528)$  となります。関数電卓を使うと、 $\theta = 51.2^\circ$  となりました。

ところで、撮影日の月の離角は何度だったのでしょうか。本当は、撮影と同時に月と太陽の離角を測定しないといけないのですが、ここでは、ステラナビゲータの「計測」機能で離角を測ってみました。2004年11月16日17時40分は  $51^\circ 22'$  です。さきほど、測定した値と比べて見ると良く一致しています。このことより、月の満ち欠けが測定できるだけでなく、「月が本当に丸い」ということも実感できるでしょう。さらに、いろんな月齢の月の画像を測定することで、月が地球の周りを公転している事も確認できるでしょう。次は、皆さんの画像で測定してみてください。

## 6. 月の満ち欠けから月の公転を確かめる

これまでより、月の満ち欠けと離角の関係を確認しました。次に、月の公転を確認してみよう。この演習では、11月16日、17日、20日、21日の4枚の画像を用意してある。先の方法をそれぞれの画像に適応して、離角を求めてみよう。

表は、試しに求めてみた結果を載せている。

日時	Time(Day)	直径 (2R) ピクセル数	L ピクセル数	測定した離角 (度)	予報離角 (度)
2004年11月 16日17h40m	16.74	1057.1	197.0	51.2	51.4
17日18h05m	17.75	1059.4	294.0	63.9	65.1
20日21h06m	20.88	1032.1	641.8	104.1	105.2
21日19h33m	21.81	1020.2	734.9	116.2	117.2

表1 各画像の離角

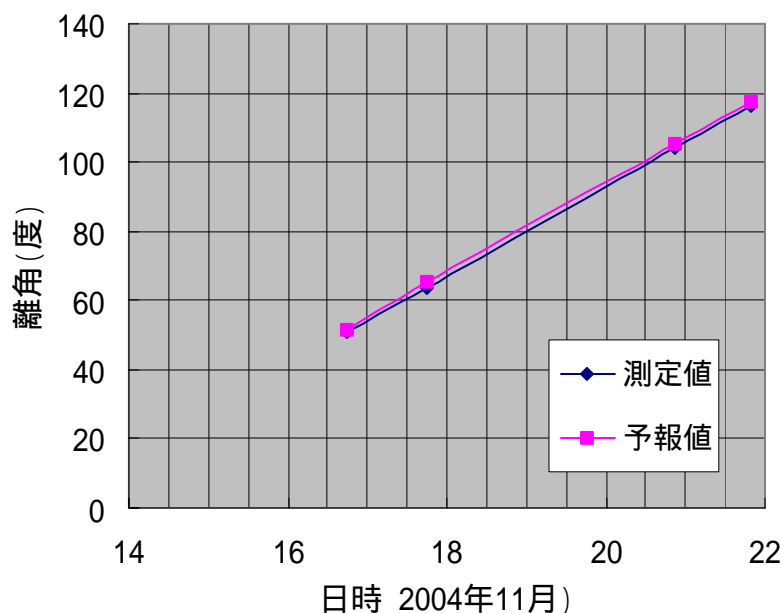


図 8 離角変化

このことより、月が一定の割合で離角が大きくなっていく事、このことは、(ほぼ)一定の速さで地球の周りを公転している事が分かる。

演習のヒント：

複数の画像の解析は、手順が同じなので、学生をグループ分けして、一人 1 枚ずつ解析してもらおうと短時間で済みます。さらに、最終的なグラフを共同作業で作る事になり、学生間の一体感が生じます。上記のグラフは、普通の離角\_時間のグラフですが、地球を中心に地球 - 太陽を軸とした作図をさせると、月が地球の周りを公転していく様子が実感できます。

## 7. おわりに

ところで、いま、関係式を導くとき、月までの距離に比べて、太陽が非常に遠いと仮定していました。でも、太陽までの距離は有限です。そうすると、太陽と月の離角 と位相角 と関係が異なります(  $+ < 180$  度)。これを使って、太陽までの距離が測定できないものでしょうか？実は、ギリシャ時代、アリストアルコスはこのように考えて、一生懸命測ったのですが、うまく出来ませんでした。当時の技術ですと、そのわずかな差を測手する事は出来ませんでした。今日でも簡単にはできません。しかし、火星や金星の場合は、比較的簡単に出来ます。この事を使った距離測定教材があります。参考にしてください。

## 7. 参考

月の写真：



月齢5の月

2004年11月17日18時5分撮影の月齢4.8の月。このときの太陽との離角は、65度05分29秒



月齢8の月

2004年11月20日21時6分撮影の月齢7.8の月。このときの離角105度12分



月齢9の月

2004年11月21日19時33分撮影の月齢8.8の月。このときの太陽との離角は、117度09分22秒

## 月の満ち欠けから月の公転を理解する

学生用テキスト

月が球体である事は知っていますね。でも、本当に実感できるでしょうか？ここでは、月の満ち欠けの画像を測定して、月が球体である事を確認してみよう。さらに、数日の月の満ち欠け(位相角)変化を測定して、月の公転を確認してみよう。

### 1. はじめに

下の写真は、2004年11月中の5日間に撮影された画像の合成写真です。このような月の満ち欠けはどうしておきるのでしょうか。はじめに、月が球体であると仮定して、月の満ち欠けの原理を確認してみましょう。



図1: 月の満ち欠けの様子。

2004年11月撮影 提供: 田中一幸氏

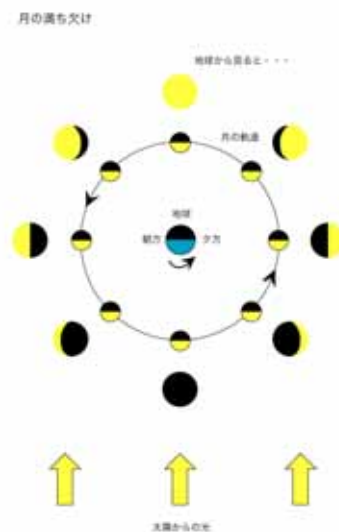


図2 月の満ち欠けの原理図

提供: PAONET イラスト WG

図2のように月が地球の周りを公転しています。地球から太陽までの距離は、地球から月までの距離よりはるかに遠いので、太陽光線が地球と平行に当たっています。その結果、図2のように、地球から見ると月が公転するにつれ、満ち欠けしてゆく様子が見られるのです。ところで、この満ち欠けの様子が、本当に図2のように説明できるかを確かめるには、どうしたら良いでしょうか。この演習では、上記の説明が正しい事を、実際の月と太陽の離隔の測定と月の画像の測定で確認してもらう事を目的としています。

月の満ち欠けから月の公転を確認する

## 2. 地球、月、太陽の位置関係と月の満ち欠け

ここで、太陽、月、地球の位置関係と月の満ち欠けの関係式を導出してみよう。

仮定：(1) 月が球体である。

(2) 月が地球の周りを公転している。

(3) 太陽光線が地球と月に平行に照らしている。

このとき、図 3a のように、地球から見た月と太陽の離角を  $\theta$  とすれば、月の太陽光で照らされている部分の長さ  $L$  は、月の半径を  $R$  として  $R \times (1 - \cos \theta)$  と表せます。それゆえ、 $R$  と  $L$  の長さを測定すれば、月の離角  $\theta$  が求められます。この値と、実際の離角  $\theta$  の値を比較する事で、月の満ち欠けの原因を確かめます。

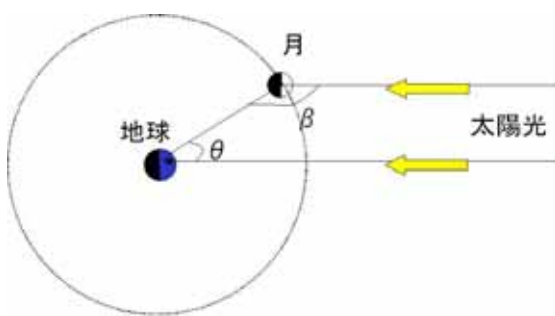


図 3a 地球の公転面上での地球、月、太陽の位置関係。

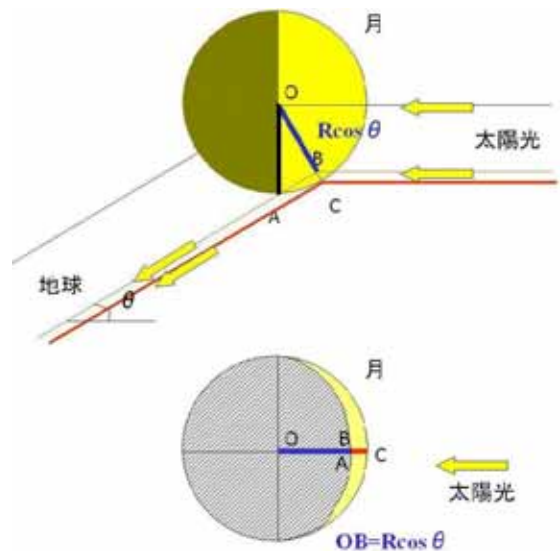


図 3b (上) 公転面上方から見た月

図 3c (下) 地球から見た月

月は地球の周りを公転しています。いま、地球から見た月と太陽の離角を  $\theta$ 、月から見た地球と太陽の離角（位相角と言う）を  $\beta$  とすると、図 3a のような位置関係になる。なお、月までの距離は太陽よりはるかに近いので、ほとんど、太陽光線が地球と平行に当たっているとみなせるので、 $\theta + \beta = 180^\circ$  が成立する。

月が球体であるとしよう。図 3b (上) は公転面上方から見た月で、太陽光は、右半球のみ照らされている。この様子を、地球から見たのが図 3c (下) です。図 3b の実線 AC (太陽光線の照っている) の点 A, C は、それぞれ、図 3c の A, C 点に対応します。ここで三角形 AOB の  $\angle AOB$  は  $\theta$  です。それゆえ、影の部分の長さ OB は、月の半径を  $R$  とすると  $R \times \cos \theta$ 、すなわち、太陽光の照っている部分の長さ  $L = R(1 - \cos \theta)$  となる。

### 3 . 月の画像を用意する、グラフツールの使い方

測定する月の画像を用意しましょう。マカリは Fits 画像だけでなく JPG や BMP などコンピュータで一般的な画像形式も扱うこともできます。ここでは moon041116a.jpg を開いてみましょう。マカリを使って離角 を測ってみましょう。

(注意：このテキストは、自分で撮影した画像を解析する事を推奨しています。しかし、適切な画像が手元に無い場合は、このテキストで使用している画像を下記のアドレスからダウンロードして使用してください(約1年間置いておきます)。画像の場所は [http://www2.nagano-nct.ac.jp/~ohnishi/Paofits\\_moon/](http://www2.nagano-nct.ac.jp/~ohnishi/Paofits_moon/) のなかの画像素材月の中あります。この圧縮データは、Moon Image.zipです。)

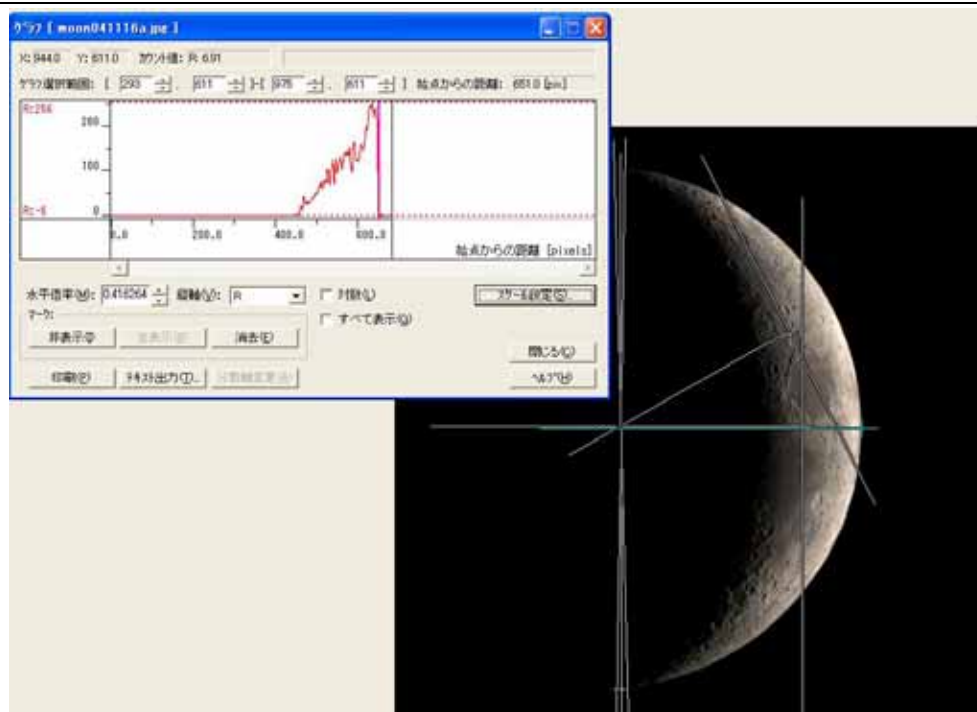


図4 マカリのグラフツールによる輝度測定とRとLの計測

( 1 ) マカリのグラフツールの使い方 :

マカリの「グラフ」機能を使って、月の半径を測定する。タスクバーの「グラフ」をクリックした後に、画像上をクリックして(始点指定) マウスのボタンを押したままカーソルを移動してボタンを離します(終点指定)。すると、始点から終点までの輝度を示すグラフが表示されます。このとき、月の南北(図4では上下)方向に、月の中心を通るように引いて見ましょう。グラフの上でマウスをドラッグするとどの位置の輝度を示しているか、画像上に位置が表示されます。

月の満ち欠けから月の公転を確認する

(2) マカリのグラフツールを使って、月の直径(2R)とLを測定しよう。

グラフのウインドウの右上には「始点からの距離」がピクセル単位で表示されるので、月の端の位置を画面を見ながら決めて上の端の値から下の端の値を引けば月の直径をピクセル単位で表すことができます。この作業を何度も繰り返すと、最も大きな値になるところがあります。このときが“ちょうど”月の中心を通過して測っていると考えられます。



図5 グラフダイアログ

グラフのウインドウの中にテキスト出力ボタンがあります(図5)。これをクリックすると、cvs ファイルで画像の(x,y)座標とその輝度が記録されます。このデータをエクセルで開いてグラフ化すると、より正確に測定できます。

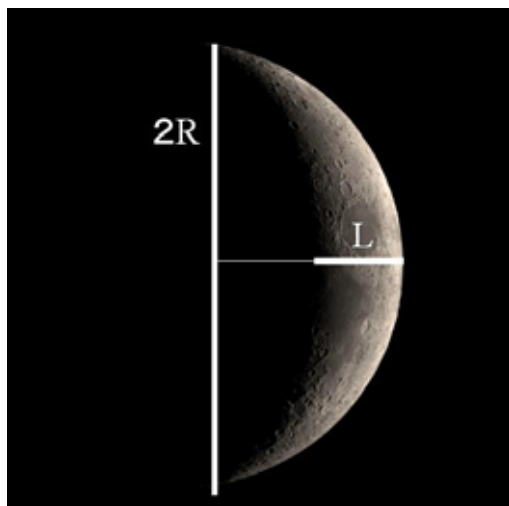
補足：月の中心の測定法

月の東西、南北が分かりにくい時は、月の中心を先に(作図的に)求めると良い。図4のように円弧の一部を直線で切り取り、その中点をグラフ機能で見つけて、垂線を書く。同様にもう1本を同様に描けば、交点が月の中心である。この中心を通る線分の長さを測れば良い。



## 実習 1 : 月の満ち欠けと位相角 (離角) の関係から 月が球体である事を確認する

1. 月の半径 R を測定する (画像 moon041116a.jpg)



2 R の測定 : 南北 (上下) に何本も線を引き、直径を求める。

ピクセル値      ピクセル値

始点からの距離 上				
始点からの距離 下				
2 R のピクセル数				

以上より、 $2R =$  \_\_\_\_\_ ピクセル

2. 月の L を測定する

L の測定 : 東西 (左右) に何本も線を引き、L を求める。

始点からの距離 上				
始点からの距離 下				
L のピクセル数				

以上より、 $L =$  \_\_\_\_\_ ピクセル

月の満ち欠けから月の公転を確認する

### 3 . 離角 の計算

$$(1 - \cos \theta) = L/R = \text{_____} \rightarrow \cos \theta = \text{_____} = A.$$

$$\text{以上より、} \theta = \cos^{-1} A = \text{_____} .$$

ところで、撮影日の月の離角は何度だったのでしょうか。本当は、撮影と同時に月と太陽の離角を測定しないといけないのですが、ここでは、ステラナビゲータの「計測」機能で離角を測ってみました。2004年11月16日17時40分は $51^{\circ}22'$ です。さきほど、測定した値と比べなさい。

このことから分かることを書きなさい。

POINT 使った仮定と測定結果を考えてまとめよう。

## 実習 2 : 月の満ち欠けから月の公転を確かめよう

グループを作り、( 各自 1 日分の ) 別の日の離角を測りなさい。この演習では、11 月 16 日、17 日、20 日、21 日の 4 枚の画像を用意してある。

### 1 ) 2004 年 11 月\_\_日の画像の離角を測定

#### 1 . 月の半径 R を測定

2 R の測定 : 南北 ( 上下 ) に何本も線を引き、直径を求める。

始点からの距離 上				
始点からの距離 下				
2 R のピクセル数				

以上より、 $2R =$  \_\_\_\_\_ ピクセル

#### 2 . 月の L を測定

L の測定 : 東西 ( 左右 ) に何本も線を引き、L を求める。

始点からの距離 上				
始点からの距離 下				
L のピクセル数				

以上より、 $L =$  \_\_\_\_\_ ピクセル

#### 3 . 離角 の計算

$$(1 - \cos A) = L/R = \text{_____} \quad \rightarrow \quad \cos = \text{_____} = A.$$

$$\text{以上より、} \quad = \cos^{-1} A = \text{_____} .$$

2) グループでこれらの測定結果を表にまとめなさい。

日時	Time(Day)	直径 (2R) ピクセル数	L ピクセル数	測定した離角 (度)	予報離角 (度)
2004年 11月					
16日 17h40m	16.74				51.4
17日 18h05m	17.75				65.1
20日 21h06m	20.88				105.2
21日 19h33m	21.81				117.2

3) 表の結果をグラフに描きなさい。

これより分かる事を考察せよ。

## 火星の満ち欠けの画像から火星の距離を求めてみよう

### 1. はじめに

火星は地球の外側を回っている惑星です。火星と太陽の距離はどのくらいでしょうか。ここでは、火星の満ち欠けを測定する事で、地球と太陽の距離、1天文単位(1AU)を使って火星までの距離を求めてみよう。

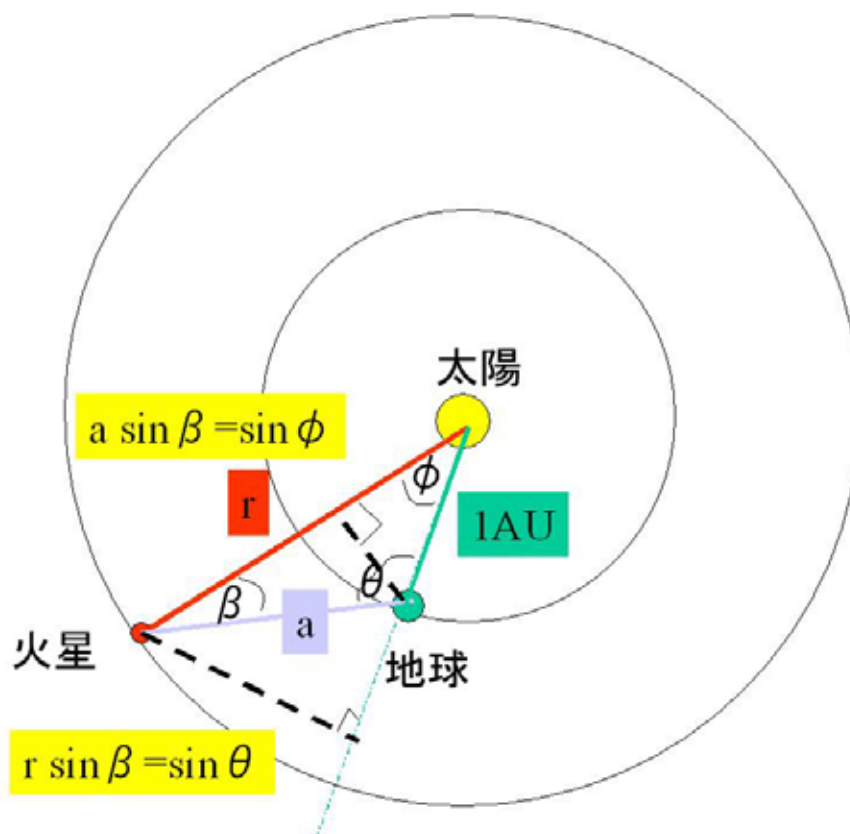


図 1a 地球、火星、太陽の位置関係と満ち欠けの関係

地球の公転面上での地球、火星、太陽の位置関係。火星から見た地球と太陽の離角（位相角）を  $\theta$ 、地球から見た火星と太陽の離角を  $\phi$  とする。ここで、点線の補助線を引くと、 $r \sin \beta = \sin \theta$ 、 $a \sin \beta = \sin \phi$  の関係が成立する事がわかる。

## 2. 火星の満ち欠けと位相角

図1のように、地球と太陽の距離を1天文単位(1AU)、火星と太陽の距離を $r$  AU、火星と地球の距離を $a$  AUとする。火星から見た地球と太陽の離角=位相角、地球から見た火星と太陽の離角とします。その時の、地球から見た火星の太陽光で照らされている部分の長さ $L$ は、火星の半径を $R$ として  $R \times (1 + \cos \beta)$  と表せます。それゆえ、 $R$ と $L$ の長さを測定すれば、火星の位相角が求められます。さらに、地球から見た火星と太陽の離角が判ると、

$$r \sin \beta = a \sin \alpha, \quad a \sin \alpha = r \sin \beta,$$

の関係より、火星の太陽からの距離  $r$  を太陽と地球の距離 (1天文単位、1AU) を基準として、

$$r = \sin \alpha / \sin \beta, \quad a = \sin \beta / \sin \alpha,$$

から火星までの距離  $r$  が求められます。

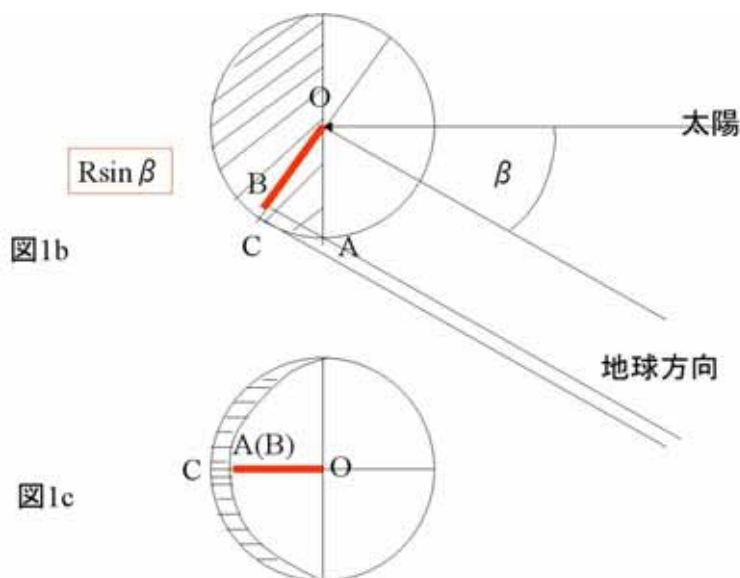


図 1b 公転面上方から見た火星

図 1c 地球から見た火星の満ち欠け

火星が球体であるとしよう。図1bは公転面上方から見た火星で、太陽光は、右半球のみ照らされている。この様子を、地球から見たのが図1cです。図1bの実線(点線)の光線が図1cのA(C)点、に対応します。図1bの直角三角形AOBのAOBは $\beta$ です。それゆえ、影の部分の長さOBは、月の半径を $R$ とすると $R \cos \beta$ 、すなわち、太陽光の当たっている部分の長さ $L = R \times (1 + \cos \beta)$ となる。

## 3. 火星の画像を用意する

測定する火星の画像を用意しましょう。ここでは国立天文台のHPの中より、2003年7月20日の「すばる」望遠鏡とハイビジョンカメラによる画像を使いましょう(図2)。



図2 国立天文台ハワイ観測所「すばる」望遠鏡とハイビジョンカメラによる2003年7月20日の火星

画像の用意：

このテキストは、自分で撮影した画像やアーカイブ画像を解析する事を推奨しています。しかし、適切な画像が手元に無い場合は、このテキストで使用している画像を下記のアドレスからダウンロードして使用してください。  
(約1年間置いておきます 2007年3月まで)

画像の場所は[http://www2.nagano-nct.ac.jp/~ohnishi/Paofits\\_moon/](http://www2.nagano-nct.ac.jp/~ohnishi/Paofits_moon/)

のなかの画像素材 火星の中あります。この圧縮データは、Venus Mars image.zipです。

#### 4. 火星の半径 $R$ を測定する



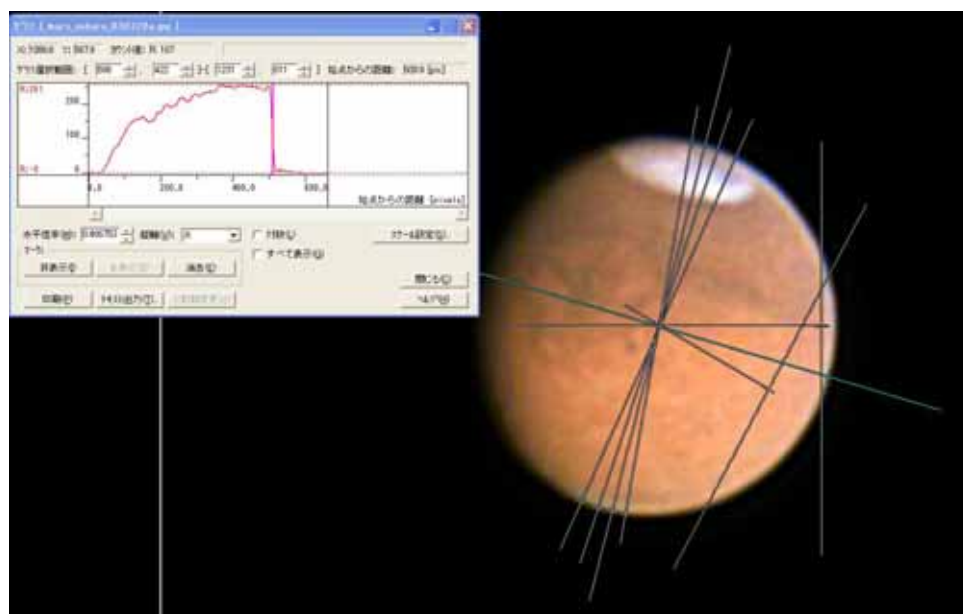


図3 マカリのグラフ機能による南北の輝度測定

マカリのグラフ機能を使って、火星の輝度を測る。中心付近を通るように南北（上下）東西（左右）方向に数本ずつ測定してみよう。ここでは、マカリの「グラフ」機能を使って、火星の半径を測定してみましょう。マカリで火星の画像を開きます。タスクバーの「グラフ」をクリックした後に、画像上をクリックして（始点指定）、マウスのボタンを押したままカーソルを移動してボタンを離します（終点指定）。すると、始点から終点までの輝度を示すグラフが表示されます。このとき、火星の南北（図2では上下）方向に、火星の中心を通るように引いて見ましょう。グラフの上でマウスをドラッグするとどの位置の輝度を示しているか、画像上に位置が表示されます。グラフのウインドウの上には「始点からの距離」がピクセル単位で表示されるので、火星の端の位置を画面を見ながら決めて上の端の値から下の端の値を引けば火星の直径をピクセル単位で表すことができます。この作業を何度も繰り返すと、最も大きな値になるところがあります。このときが“ちょうど”火星の中心を通過して測っていると考えられます。火星の南北に引いた5本の線から、火星の半径  $R=254$  ピクセルと求まりました。

補足：火星の中心の測定法火星の東西、南北が分かりにくい時は、火星の中心を先に（作図的に）求めると良い。図3のように円弧の一部を直線で切り取り、その中点をグラフ機能で見つけて、垂線を書く。同様にもう1本を同様に描けば、交点が月の中心である。この中心を通る線分の長さを測れば良い。

## 5. 位相角 の測定



図 4 マカリのグラフ機能による東西方向の輝度変化のグラフ

次に太陽光で照らされている部分の長さLを測ります( 図 4 参照 )。先ほどと同じように、「グラフ」機能で火星の画像を東西方向に火星の中心を通るように測ります。この結果、 $L=481$ と求まりました。以上の結果、 $(1+\cos \theta) = (481/254)$ となります。関数電卓を使うと、 $\theta = 26.7^\circ$ となりました。

## 6. 火星の距離測定

火星の離角  $\theta$  は、撮影と同時に火星と太陽の離角を測定しないといけないのですが、ここでは、天文用の市販のソフトである「ステラナビゲータ」の「計測」機能で離角を測ってみました。2003年7月20日19時13分は $136^\circ 50'$ です。この2つより、火星までの距離  $r = \sin \theta / \sin \alpha = 1.52\text{AU}$ となります。この値は、火星の軌道長半径と良く一致しています。これらの公式は内惑星である金星にも使えます。

公開されているいろんな画像を使って測定してみてください。

## 満ち欠けの測定から金星の距離を求めてみよう

### 1. はじめに

金星は地球の内側を回っている惑星です。金星と太陽の距離はどのくらいでしょうか。ここでは、金星の満ち欠けを測定する事で、地球と太陽の距離、1天文単位(1AU)を使って金星までの距離を求めてみよう。

### 2. 金星の満ち欠けと位相角

図1のように、地球と太陽の距離を1天文単位(1AU)、金星と太陽の距離を  $r$  AU、金星と地球の距離を  $a$  AU とする。金星から見た地球と太陽の離角=位相角  $\theta$ 、地球から見た金星と太陽の離角  $\phi$  とします。

その時の、地球から見た金星の太陽光で照らされている部分の長さ  $L$  は、金星の半径を  $R$  として  $R \times (1 + \cos \theta)$  と表せます。それゆえ、 $R$  と  $L$  の長さを測定すれば、火星の位相角が求められます。さらに、地球から見た火星と太陽の離角  $\beta$  が判ると、

$$r \sin \beta = \sin \theta, \quad a \sin \beta = \sin \phi,$$

の関係より、火星の太陽からの距離  $r$  を太陽と地球の距離 (1天文単位、1AU) を基準として、

$$r = \sin \theta / \sin \beta, \quad a = \sin \phi / \sin \beta,$$

から火星までの距離  $r$  が求められます。

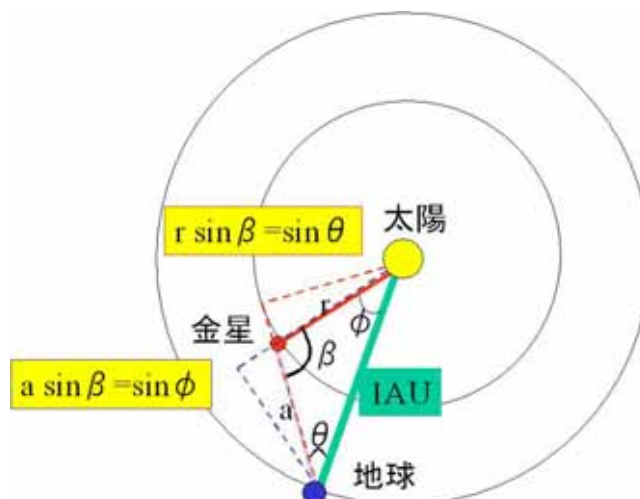


図 1a 地球、金星、太陽の位置関係と満ち欠けの関係

地球の公転面上での地球、金星、太陽の位置関係。金星から見た地球と太陽の離角 (位相角) を  $\theta$ 、地球から見た金星と太陽の離角を  $\phi$  とする。ここで、点線の補助線を引くと、 $r \sin \beta = \sin \theta$ 、 $a \sin \beta = \sin \phi$  の関係が成立する事がわかる。

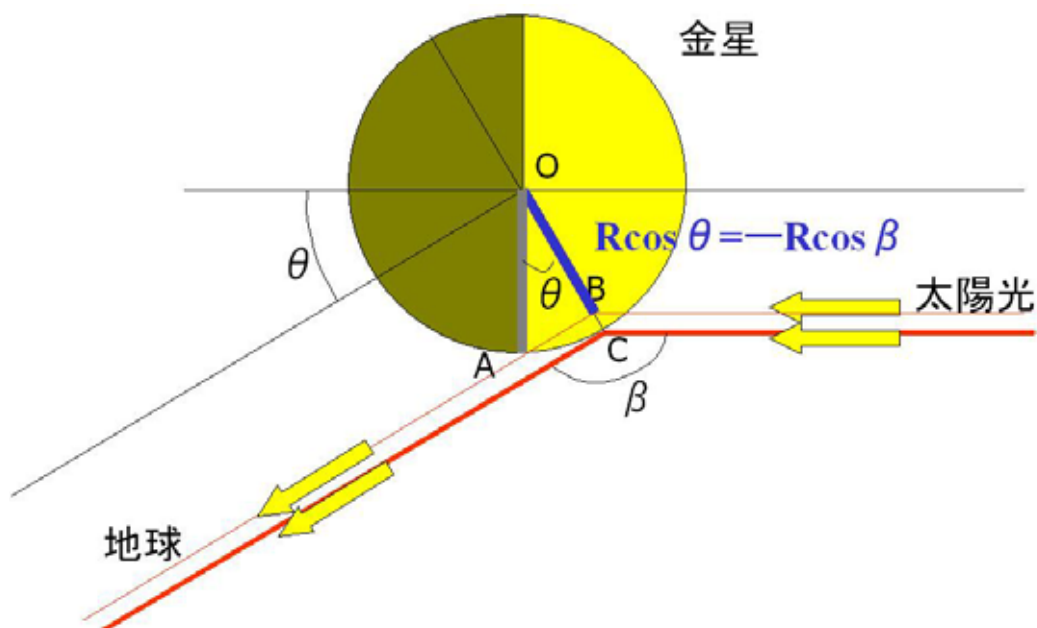


図 1b 公転面上方から見た金星

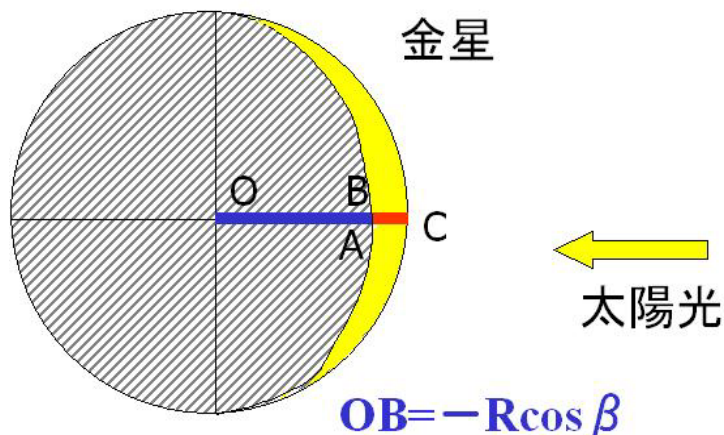


図 1c 地球から見た金星の満ち欠け

金星が球体であるとしよう。図 1b は公転面上方から見た金星で、太陽光は、右半球のみ照らされている。この様子を、地球から見たのが図 1c です。図 1b の光線上の点 A, C が図 1c の A, C 点、に対応します。図 1b の直角三角形 AOB の  $\angle AOB$  は  $\theta$  です。それゆえ、影の部分の長さ OB は、月の半径を R とすると  $R \times \cos \theta = -R \times \cos \beta$ 、すなわち、太陽光の当たっている部分の長さ  $L = R \times (1 - \cos \theta) = R \times (1 + \cos \beta)$  となる。

### 3. 金星の画像を用意する

測定する金星の画像を用意しましょう。ここでは天体写真家 田中一幸氏の写真を解析してみよう。

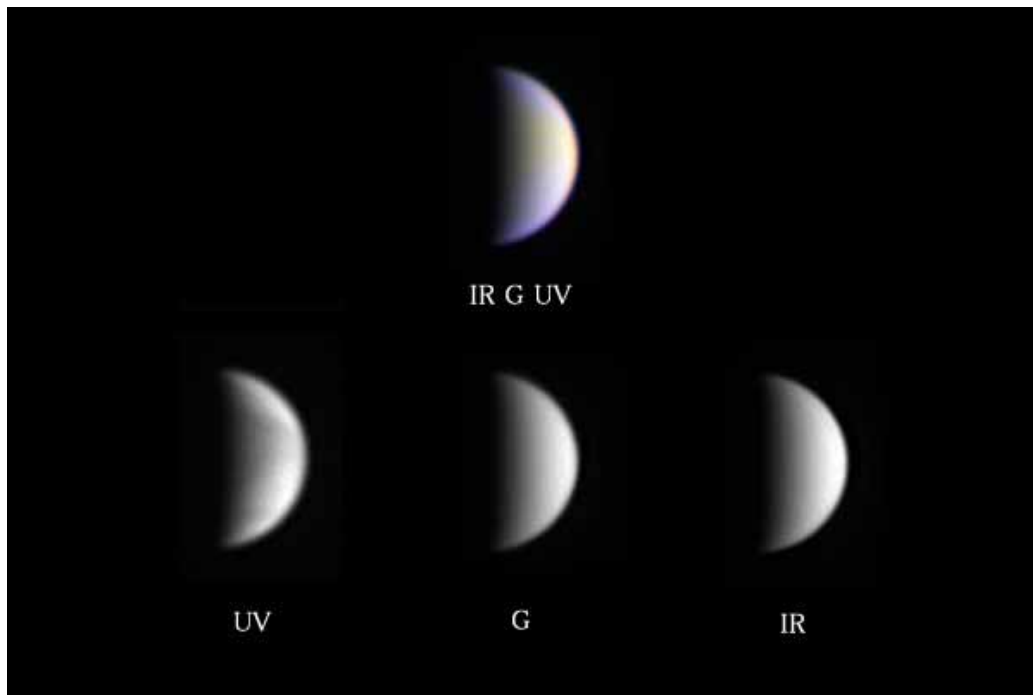


図2 金星の画像 2004年4月6日の金星。 提供：田中一幸氏

金星の表面の模様を見るためにいろんな色のフィルターで撮影している。ここでは、肉眼に一番近いG(緑色フィルター)の画像を解析する。

画像の用意：

このテキストは、自分で撮影した画像やアーカンプ画像を解析する事を推奨しています。しかし、適切な画像が手元に無い場合は、このテキストで使用している画像を下記のアドレスからダウンロードして使用してください。  
(約1年間置いておきます 2007年3月まで)

画像の場所は[http://www2.nagano-nct.ac.jp/~ohnishi/Paofits\\_moon/](http://www2.nagano-nct.ac.jp/~ohnishi/Paofits_moon/)

のなかの画像素材 金星の中にあります。この圧縮データは、Venus Mars image.zipです。

#### 4. 金星の半径 R を測定する

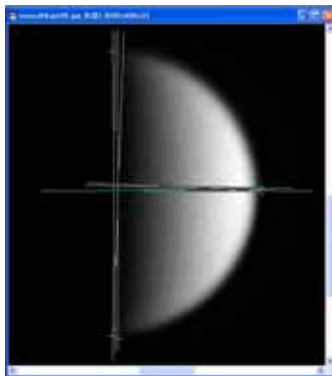


図3 マカリのグラフ機能による南北、東西方向の輝度測定

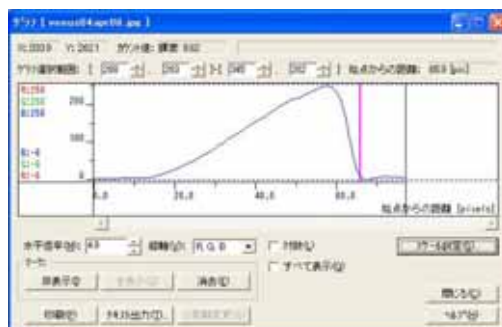


図4 マカリのグラフ機能による東西方向の輝度変化のグラフ

マカリのグラフ機能を使って、金星の輝度を測る。中心付近を通るように南北（上下）東西（左右）方向に数本ずつ測定してみよう。ここでは、マカリの「グラフ」機能を使って、金星の半径を測定してみましょう。マカリで金星の画像を開きます。タスクバーの「グラフ」をクリックした後に、画像上をクリックして（始点指定）、マウスのボタンを押したままカーソルを移動してボタンを離します（終点指定）。すると、始点から終点までの輝度を示すグラフが表示されます。このとき、金星の南北（図2では上下）方向に、金星の中心を通るように引いて見ましょう。グラフの上でマウスをドラッグするとどの位置の輝度を示しているか、画像上に位置が表示されます。グラフのウインドウの上には「始点からの距離」がピクセル単位で表示されるので、金星の端の位置を画面を見ながら決めて上の端の値から下の端の値を引けば金星の直径をピクセル単位で表すことができます。この作業を何度も繰り返すと、最も大きな値になるところがあります。このときが“ちょうど”金星の中心を通過して測っていると考えられます。金星の南北に引いた5本の線から、火星の半径  $R=53$  ピクセルと求まりました。

## 5. 位相角 の測定

次に太陽光で照らされている部分の長さLを測ります(図4参照)。先ほどと同じように、「グラフ」機能で月の画像を東西方向に金星の中心を通るように測ります。この結果、 $L=51$ と求まりました。以上の結果、 $(1+\cos \theta) = (51/53)$ となります。関数電卓を使うと、 $\theta = 91.6^\circ$ となりました。

## 6. 金星の距離測定

金星の離角  $\theta$  は、撮影と同時に金星と太陽の離角を測定しないといけないのですが、ここでは、天文用の市販のソフトである「ステラナビゲータ」の「計測」機能で離角を測ってみました。2004年4月6日は45.77度です。この2つより、金星までの距離  $r = \sin \theta / \sin \alpha = 0.72\text{AU}$ ,  $a = 0.68\text{AU}$ となります。この値は、金星の軌道長半径と良く一致しています。これらの公式は外惑星である火星にも使えます。

公開されているいろんな画像を使って測定してみてください。

## 7. 参考画像例



2004年3月14日 の金星画像  
離角  $\theta = 45.4$ 度 提供 田中一幸氏



2004年3月27日 の金星画像  
離角  $\theta = 46.0$ 度 提供 田中一幸氏