

星の明るさと等級

<教師用ガイド>

1. 教材のねらい

肉眼による星の明るさを表す等級は、CCD 画像や光電測光、写真測光による星の明るさを対数スケールで表現した物である。ポグソンの「等級の 5 等差で明るさは 100 倍になる」という定義を、実際の CCD 画像 (FITS 画像) の測光によって確かめる。

2. 内容

- ・ さじアストロパーク天文台の、10.5cm 屈折 (F6.7) に冷却 CCD カメラ (apogee 製 Ap-7p) + V フィルターで撮影された、M45 (プレアデス星団「すばる」) の FITS 画像の星像を「マカリ」で測光して、それぞれの星の明るさに相当するカウント値を得る。
- ・ 測光した星の実視等級 (V 等級) を星表 (Hoffleit ら, 1991、Morel ら, 1978)*1 から調べたものを資料として提供。
- ・ 測光した星のカウント値と V 等級の相関関係をグラフにする。
(片対数グラフ用紙または Excel 計算表を用いる)
- ・ カウント値 - V 等級相関グラフから、等級差と明るさの関係を確かめる。

3. 実習の流れ

- (1) 実習の趣旨、 データ、「マカリ」の説明。
- (2) 測光作業、 指定された星を測光してカウント値を記録。
- (3) データの整理、 カウント値 - V 等級の相関グラフ作図。
- (4) 相関図から カウント値と V 等級の関係の読み取り。
- (5) 考察 等級がわからない星のカウント値から等級を求める。
相関グラフから、等級と明るさの関係式を導く。
- (6) 感想

4. 基本知識

(1) 星の明るさと等級

星の明るさ「等級」を決めた (ヒッパルコス)

星の明るさは「等級」で表すが、これを最初に考案したのは、紀元前 2 世紀ころ、ギリシャのヒッパルコス (Hipparchos) である。肉眼で見える最も明るい 20 個の恒星を 1 等星、次に明るい星を 2 等星、……肉眼で見える限界の星を 6 等星、と 6 段階にグループ分けをした。そして、星の位置と明るさを星図にまとめた。

星の明るさを測定した (ハーシェル)

天王星を発見したイギリスの天文学者ウィリアム・ハーシェルの息子、ジョン・ハーシェル (John Frederick William Herschel, 1792 年 - 1871 年) は、1 等星の明るさは 6 等星の 100 倍であることを発見し発表した。大きい望遠鏡と小さい望遠鏡を用いて、大きい望遠鏡で暗い星を小さい望遠鏡で明るい星を見て、同じ明るさに見えたとき、2 つの星の明るさは

望遠鏡の口径の比の2乗倍だけ違うと考えた。その結果、1等と2等、2等と3等という
ような各等級ごとの明るさの比（光比）が約2.5倍であることに気づいた。

等級を式で表す（ポグソン）

観測技術が進歩してくると、星の明るさを数値でしっかり表すことが必要になってきた。
1853年、イギリスのポグソン（Norman Robert Pogson, 1829年 - 1891年）が定量的に測
定した「1等星は6等星の100倍明るい」という観測結果を基に、等級を数式で表すこ
とを考え、次のように定義した。

1等星と6等星の等級差は5等で、100倍明るいということ。1等級あたりでは
100の5乗根で約2.5倍（正確には2.511886……）明るいということ。
すなわち、二つの星の等級を m_1 、 m_2 ($m_1 < m_2$)、それぞれの明るさを L_1 、 L_2 (L_1
> L_2) とすると、

$$L_1 / L_2 = 100^{1/5(m_2 - m_1)}$$

常用対数を用いて表すと、

$$\log(L_1 / L_2) = 2/5(m_2 - m_1)$$

または、

$$m_2 - m_1 = 5/2 \log(L_1 / L_2)$$

現代でも、この定義を用いて、等級の決定をしている。

等級の基準

ポグソンの元々の定義では、等級の基準値として北極星を2.0等として定義していた
が、北極星が変光星であることがわかり、こと座のベガを0.0等と定めた。現在では決
められた色フィルターで複数の基準星を撮影して得られた光度を基準にして等級が決
められている。（『ウィキペディア』「等級」項目の「歴史」より）*2

（2）星の明るさを測る

星の等級を測る（実視等級、写真等級、光電管、CCD）

肉眼での観測で得られた等級を実視等級（視等級）というが、1920年代になって天
体写真がとられるようになり、等級の測定に利用されたが、写真乾板と人間の目では明
るさの感度に違いがあることが明らかになった。写真では青い光に強く感光するためである。
この写真による等級を写真等級という。

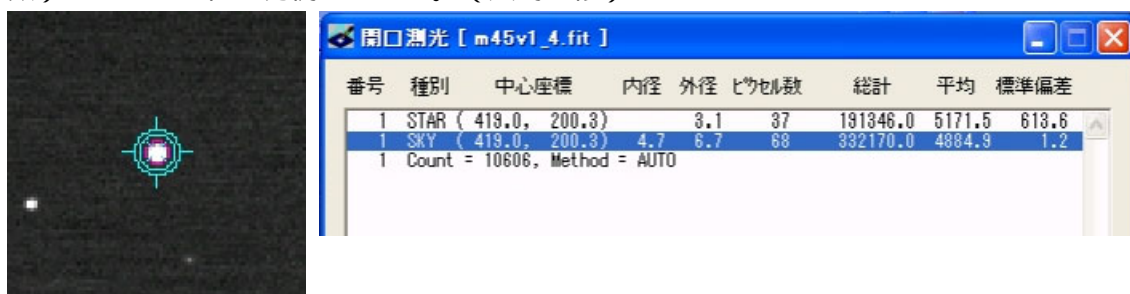
現在では、写真測光に変わり、光電管や電荷結合素子（CCD）を使って、星からの光
を光子数（光電子数）として検出し、電気的な測定をして星の明るさを測っている。肉
眼での観測による実視等級に最も近い、緑の光を通すVフィルターを用いて測光した等
級をV等級と呼ぶ。写真乾板の感度分布に近い青い光を通すBフィルターを用いて測
定した等級をB等級、その他、紫色の光で測定したU等級、赤い光で測定したR等
級、赤外線でのI等級など、各波長域を通すフィルターを用いて測光している。複
数のフィルターを用いて一つの星を測光した等級の差で、その星の色を定量的に
表し、B - V、U - Vなどの値が用いられ色指数と呼んでいる。U、B、Vの3色
フィルターで行う測光をジョンソンの

UBVシステムといい、天文学の標準測光システムとして広く使われている。（『ウィキペディア』「等級」項目の「等級と波長」より）

マカリのカウント値と星の明るさ

CCDで記録されるカウント数は、CCDの各画素(ピクセル)で検出された光子数(=光電子数)そのものではない。1ピクセル毎に溜まった電子を、CCD内の別のコンデンサーに入れ、そこに生じた電圧をAD変換器でデジタル量に直している。1カウントが光電子何個分に相当するかはCCDの仕様によって異なる。

1ピクセルに収容できる電子数には限界があり、CCDに入射する光量と、その場合の出力であるカウント数の間の比例関係が崩れることがあり、特に光量が多く、カウント数の大きい方で直線性が悪化することがある。しかし、この比例関係が成立している範囲内(ダイナミックレンジと呼ぶ)であれば、CCDの各ピクセルで検出された光子数(=光電子数)とカウント値は比例している。(大島 修)*3



マカリの開口測光モードで、ある星を測光したときのカウント値(「Count」の値)は、その星からの光を蓄積したいくつかのピクセルの範囲内(自動モードの赤の円内)のカウント値をすべて加算した値(STARの総計)から、周囲の二重円の部分(SKY)のカウント値から計算した背景のカウント値を差し引いた値を、「Count」(テキスト出力では「測光結果」)の値として出力している。

これらのことから、マカリの測光機能で得られたCount値は、その星の明るさに比例していると考えてよい。

5. データ画像

この教材で使用しているデータ画像(FITS画像)は、さじアストロパーク天文台の、10.5cm 屈折(F6.7)に冷却CCDカメラ(apogee製Ap-7p)+Vフィルターで撮影された、M45(プレアデス星団、日本名「すばる」)の一部の画像である。0.1秒露出の4枚の画像をFITS画像処理ソフトのマカリで、加算平均の処理を加えたものをデータ画像とした。同一露出のダークフレームを使って、ダーク補正をした画像も測光したが、カウント値と等級の相関関係は、有効数字の範囲内で一致していた。

6. 実習の準備と授業案

(1) 実習の準備

マカリのダウンロードとインストール

「星の明るさと等級」教材セットのダウンロード

授業までに、予備実習を行い、実習指導のポイントを整理する。
生徒実習用ワークシート、M45 の CCD 画像測光用チャートの準備。

(2) 授業案

「恒星の性質」の単元で、星の物理的性質の基本として星の明るさと等級について、教科書では数行で説明していることを、具体的な観測結果をもとに確かめていく。

授業案は 1 例として、

- 1 時間目：(講義)「星の明るさと等級」について、発見の歴史を含めて説明。
実習に用いる観測データ(M45「すばる」の FITS 画像)について説明。
基本的なマカリの使用法と測光方法について説明。
- 2 時間目：(実習)M45 画像の測光。カウント値の記録。V 等級 - カウント値のグラフ作成。グラフの読み取り。考察。感想。

(3) 教材

この実習は「恒星の性質」を考える上で、最も基本的な「星の明るさと等級」の関係を、実習を通して直感的に理解することをねらいとしている。その他の FITS 画像実習教材を扱う基礎となるもので、高校地学の普通授業(文系選択の生徒においても)の中で十分使用可能な教材である。

生徒用ワークシートは生徒の実力や学習のレベルに応じて、設問・考察の内容など適宜改良して利用していただきたい。また、V 等級 - カウント値の相関グラフも生徒のレベルや授業時間に合わせて、片対数グラフに手書きをすることにより、対数への理解がもっと深まると考えられる。グラフの手書きが無理な場合は、Excel 計算表にグラフ機能を添付してあるので、カウント値を入力すれば、即、グラフができるようにした。対数目盛りのグラフを書く手間と時間を省いて、結果をゆっくりと検討することも考えられる。

さらに、生徒の実習までいかなくとも、教師の演習実習としても使うことができ、「PowerPoint」のスライドなどと併用しての利用も十分可能と思われる。

7. 指導要領との関連

この教材に関連する高等学校学習指導要領の項目を抜粋すると、以下のとおりである。

地学 (2)大気・海洋と宇宙の構成

イ 宇宙の構成 (イ)恒星の性質と進化

内容の取り扱い

イの(イ)については恒星の HR 図を中心に扱い、恒星の性質や進化については定性的な扱いにとどめること。

地学 (3)宇宙の探求

天体の放射や宇宙に関する現象を観察、実験などを通して探求し、宇宙の広がりや観測方法を理解させ、宇宙の構造と進化についての見方や考え方を身に付けさせる。

ア 天体の観測 (ア)天体の放射 (イ)天体の様々な観測

内容の取り扱い

(3)のアの(ア)については、恒星の放射を中心に扱うこと。(イ)については、各波

長における観測法を扱い、それにより得られる情報の活用も図ること。

数学Ⅱ (3) いろいろな関数

三角関数、指数関数及び対数関数について理解し、関数についての理解を深め、それらを具体的な事象の考察に活用できるようにする。

イ、指数関数と対数関数 (ア) 指数の拡張、(イ) 指数関数、(ウ) 対数関数、

内容の取り扱い

イの(ウ)については、対数計算は扱わないものとする。

8. ワークシート答例

表1. 測光結果

番号	X	Y	V 等級	カウント値
1	288	444	5.76	7617
2	272	430	6.43	4095
3	370	401	4.30	29213
4	300	349	3.87	43958
5	323	333	7.22	1964
6	419	312	5.46	10606
7	108	305	6.83	2837
8	228	290	7.40	1664
9	413	222	3.70	50829
10	125	217	6.32	4613
11	110	211	2.87	109599
12	246	134	4.18	33441
13	348	181	8.05	910
14	206	212	9.29	301
15	159	156	8.36	686
A	299	181	?	1136
B	328	398	?	506

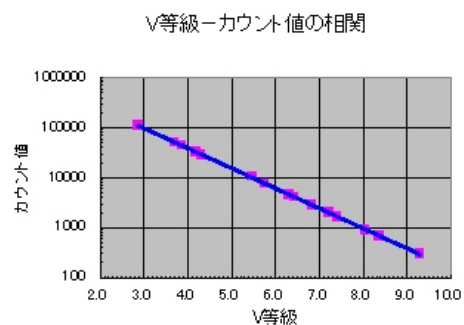
<注> 「測光結果」の X、Y とカウント値は若干の差がでる場合がある。

4. 結果

(1) できあがった、「V 等級 - カウント値の相関」

のグラフはどのような形になったか右の
グラフ欄に記入せよ。

(Excel 計算表のグラフを右に示す)



(2) 作図したグラフ、または Excel 計算表のグラフから、M45 の星の V 等級と星の明るさを示すカウント値はどのような関係 (相関関係) になっているか?

すべての星の対数目盛で表したカウント値とV等級は、ほぼ1本の直線上に乗っていて、カウント値の対数はV等級に比例している。

(3) グラフ(相関図)で、V等級(横軸)が3等級と8等級の5等級差で、カウント値はおよそ何倍になっているか？

100倍

<指導上の留意点>

このグラフでは3等星と8等星のカウント値がほぼ100000と1000になっていて、5等級差の光度比が100倍であることを容易に求めることができる。本来カウント値はCCDでの撮像の条件などにより変化する。このグラフでは、相関を示す右下がりの直線が上下に平行移動することになる。使用した画像では偶然に3等星と8等星のカウント値が100000と1000になっている。この点を指導の中でしっかりおさえておきたい。

(4) グラフ(相関図)にできた直線の傾きはいくらになっているか？ 分数で示せ。

ただし、カウント値(縦軸)は常用対数の値で測ること。(「V等級 - カウント値(対数)」シートのグラフから読み取ること。)

約 - 2 / 5 になっている。

5. 考察

(1) CCD画像の測光用チャートの等級が不明なA、Bの星のカウント値から、上の「V等級 - カウント値の相関」グラフでV等級を求めると何等級になるか。

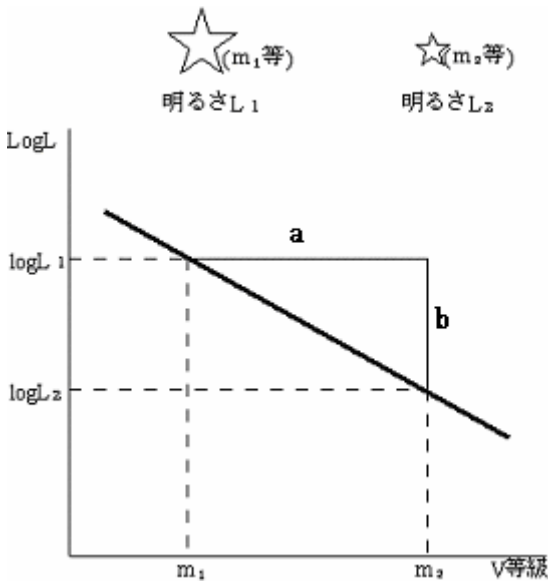
グラフから	A 星	7.83 等	B 星	8.70 等
星表のV等級	A 星	7.88 等	B 星	8.59 等

<指導上の留意点>

グラフを使って、カウント値からV等級を見積もるか、Excel計算表の「V等級 - カウント値(対数)」のグラフの相関式から逆算しても良い(上表は相関式から求めた値)。実際の観測ではこの過程で星の等級を決めていることをおさえておきたい。

(2) 次の [] 内に適切な数式、 に語句をいれて、説明を完成せよ。

グラフで二つの星の等級を
 m_1 、 m_2 ($m_1 < m_2$)
 明るさ(ここでは、カウント値)を
 L_1 、 L_2 ($L_1 > L_2$)
 とすると、
 $a = [(m_2 - m_1)] \cdots \cdots$
 $b = [(\log L_1 - \log L_2)] \cdots \cdots$



上の「4. 結果(4)」の直線の傾きは、
 $- b / a = [- 2 / 5]$
 式を変形して、
 $b = [2 / 5 a]$
 上式に、 を代入すると

$$(\log L_1 - \log L_2) = [2 / 5 (m_2 - m_1)]$$

$$\log (L_1 / L_2) = [2 / 5 (m_2 - m_1)] \cdots \cdots$$

の式ができる。

ここで、

$$m_2 - m_1 = [5 / 2 \log (L_1 / L_2)] \cdots \cdots$$

また、 から

$$L_1 / L_2 = 100 [1 / 5 (m_2 - m_1)] \cdots \cdots$$

の式ができる。

この の式は ポグソン が、 星の明るさと等級 の関係を定義した式である。

< 参考資料 >

- * 1 1) Bright Star Catalog, 5th Ed. (Hoffleit D. and Warren Jr W.H., 1991)
- 2) UBVRJKLMNH Photoelectric Photometric Catalogue (Morel M. and Magnenat P., 1978, A&AS 34, 477)
- * 2 3) フリー百科事典『ウィキペディア (Wikipedia)』 「等級 (天文)」項目
 (http://ja.wikipedia.org/wiki/%E7%AD%89%E7%B4%9A_%28%E5%A4%A9%E6%96%87%29)
- * 3 4) 大島 修： CCD測光の精度を向上させるために 小型望遠鏡と小型冷却 CCD カメラを使って (<http://scow.kamokou.jp/~ohshima/photometry/>)