

ガリレオ衛星の動きと木星の質量

1. 目的

木星のガリレオ衛星をデジカメで撮影し、その動きからケプラーの第三法則と万有引力の法則を使って、木星本体の質量を求める。

2. ガリレオ衛星の撮影

(1) 撮影の方法

4つのガリレオ衛星の内、一番外側を回るカリストまたはその内側のガニメデが、木星から最も離れる最大離角の日に 200~300mm の望遠レンズ (35mm 版相当) で撮影する。

ピント合わせには、モニターの拡大機能を最大限に使い、衛星が点になるように調節する。露出時間は木星本体と衛星の光度差が大きく設定が難しいが、木星本体が露出オーバーになっても、衛星が写るように何度かテスト撮影を行い、適正な露出時間を求めて撮影を行う。さらに、1 ~ 2 時間あけて何度か撮影する。その日の衛星の動きも確かめることができる。

画像の保存形式は、位置測定のみを使用するので JPG 形式でよい。

(2) 撮影日時の選定

ガリレオ衛星の内、カリストかガニメデが木星から最も離れる最大離角の日時を調べて、その時刻前後で撮影する必要がある。その日時を調べる方法には幾つかある。

名古屋市立科学館のホームページの「ガリレオ衛星の見え



図1 ガリレオ衛星の画像 (拡大)

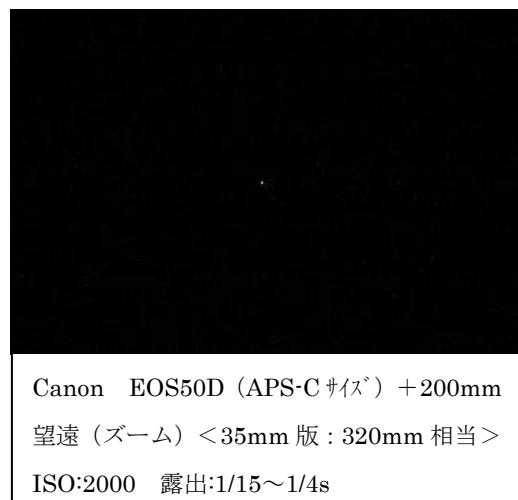


図2 デジカメでの撮影画像



図3 ガリレオ衛星の見え方 (ピンクの枠内が日時を示す)

方」のページで、「時間を進める」ボタンをクリックすると自動で4衛星の位置を表示してくれる。

(<http://www.ncsm.city.nagoya.jp/astro/astrotool/juptool.html>)

カリストやガニメデが木星本体から最も離れる時刻を調べて、観測可能な日時を選定する。または、天文年鑑などの惑星表にあるガリレオ衛星の運動図で調べる方法や天体シミュレーションソフトを使って調べても良い。

3. 原理

(1)ケプラー第三法則と万有引力

ガリレオ衛星は木星本体との間で働く万有引力によって、ほぼ円軌道上を回転している。軌道半径 (a) の3乗と公転周期 (P) の2乗の比をとると一定になるというケプラーの第三法則は、万有引力の法則を用いると、次のように表すことができる。

質量 M の天体のまわりを、十分に小さな質量 m の物体が周期 P で半径 a の円軌道を描いて運動をしているとする。

公転速度 v は

$$V=2\pi a/P$$

となるので、遠心力 mv^2/a は $m4\pi^2 a/P^2$ と表せる。

この遠心力と万有引力 GMm/a^2 (Gは万有引力定数) が釣り合っていることから、 $m4\pi^2 a/P^2=GMm/a^2$

となり、これから

$$a^3/P^2=GM/4\pi^2$$

が得られ、木星の質量は

$$M=4\pi^2 a^3/GP^2$$

となる。

(2)木星と衛星の距離

ここで、観測から得られるガリレオ衛星の軌道の半長径 a (km) は、木星本体と衛星間の離角 e (°) の大きさと木星地球間の距離 L (km) の積により求めることができる。

$$a=2\times 3.14\times L\times e/360$$

一方、木星衛星間の離角 e (°) は、撮影した画像上で測定した離角 $ap(\text{pix})$ と画像の

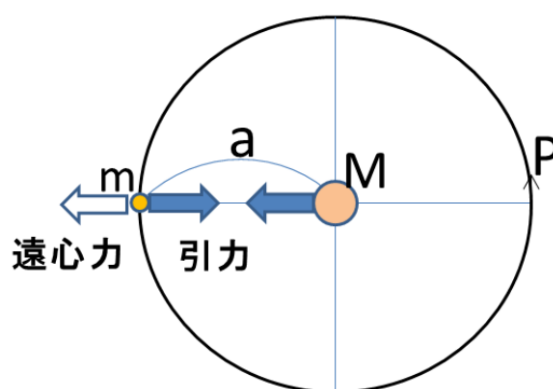


図4 木星とガリレオ衛星の軌道

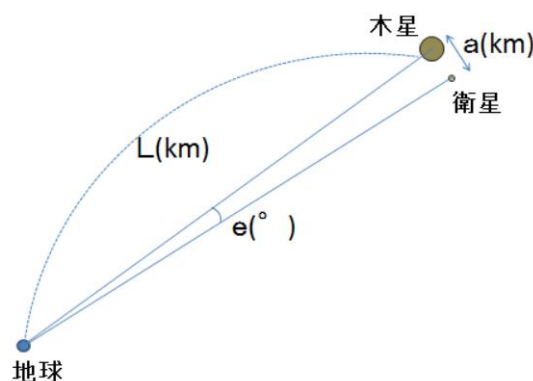


図5 ガリレオ衛星の軌道半径と木星の距離の関係

長辺方向の幅 $D_p(\text{pix})$ 、画像の長辺方向の画角 $D_a(^{\circ})$ から求める。

$$e = D_a \times a_p / D_p$$

画像の長辺方向の画角 $D_a(^{\circ})$ の求め方や撮像素子の画素数については、「天体の大きさを測る」のページを参照のこと。

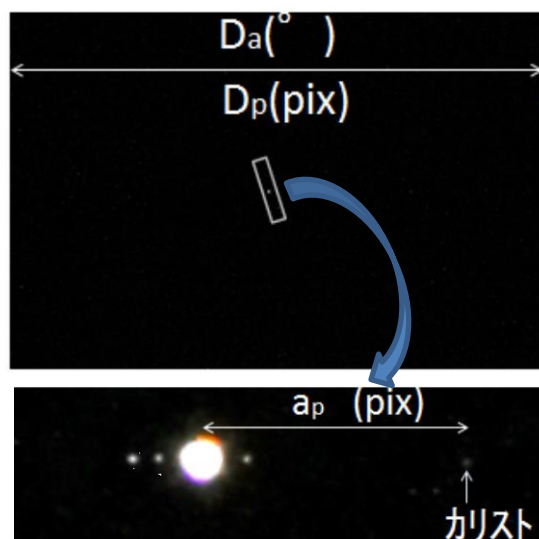


図6 画角から木星本体と衛星の離角を求める)

(3)地球木星間の距離

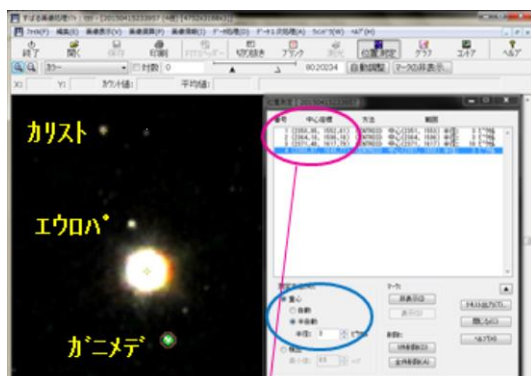
衛星の軌道の長半径 a (km) を求めるために必要な地球木星間の距離は、本来は木星の軌道計算により得られるが、ここでは、国立天文台暦象年表のホームページの「惑星の地心座標」ページで惑星の地心距離(km)の自動計算から求められた値を使うことにする。

(<http://eco.mtk.nao.ac.jp/cgi-bin/koyomi/cande/planet.cgi>)

4. 方法

(1)位置測定とピクセル距離

衛星と木星本体の距離はマカリの位置測定機能を使い、画像上のそれぞれの x y 座標を読み取る。測定方法は重心、半自動を選び、その際、半径の数字は、木星と衛星それぞれのサイズ (ピクセル) に合わせて、木星の場合は大きめ、衛星の場合は小さめの数字を指定する。星をクリックすると、ダイアログに中心座標が表示されるので、ソフトが判断した中心位置が間違いないことを画面上のマークで確認し、その数値を記録します。木星と写っている衛星すべてについて、この作業を行います。衛星が木星やほかの衛星と接近しているときは、中心位置 (画面上



Frame No	Ex.Time	Date	木星位置		イオ位置		エウロパ位置		ガニメデ位置		カリスト位置		ap:木星からの距離 (pix)				
			x	y	x	y	x	y	x	y	x	y	観測日	イオ	エウロパ	ガニメデ	カリスト
15233957	15 23 39 57	15.986 0.000	2371.5	1617.8			2364.2	1596.2	2381.0	1649.8	2351.0	1552.6	15.986		-22.77	33.41	-68.32

のマーク) が実際を中心とずれてしまうこと

があります。その場合は半自動の半径の数字を小さくして再測定してみましょう。

三平方の定理を用いて次式で衛星と木星本体の距離をピクセル単位で求める。木星の位置を (座標: x_j , y_j)、衛星の座標 (座標: x_s , y_s) として、

$$\text{木星と衛星間の距離} = \sqrt{(x_s - x_j)^2 + (y_s - y_j)^2}$$

ガリレオ衛星と木星本体の x y 座標の値を、図7で示した「ピクセル距離計算表」の「距離 (pix)」シートに入力して、衛星と木星本体の距離をピクセル単位で求める。

ガリレオ衛星の内、外側を回るカリストとガニメデが木星との距離が大きく測定もしやすいが、木星に近いイオやエウロパも木星から最も離れる時を観測すれば、同様に木星質量を求めることができる。

(2) 衛星の見かけの軌道半径

撮影したカメラの受光素子の横幅 (mm)、使用したレンズの焦点距離 (mm) をカメラの仕様書などを参考にカメラの長辺方向の画角 D_a (°) を「2. デジカメの画角 (長辺方向)」計算表 (Galileo_Calc 1. xls) を使って求める。

さらに、「3. 木星-衛星離角換算表」計算表に画像の長辺方向の画素数 D_p (pix) を入力して、木星・衛星間のピクセル距離 (衛星の見かけの軌道半径 (°)) に換算する。

受光素子の横幅(mm)		レンズの焦点距離(mm)		長辺画角(rad)		Da:長辺画角(°)	
22.3		200		0.0557		6.381	

Date	木星-衛星距離: ap.(pix)				デジカメ	画像	e.見かけの軌道半径(°)			
D	イオ	ウエロパ	ガニメデ	カリスト	Da:長辺画角(°)	Dp:長辺画素数(pix)	イオ	エウロパ	ガニメデ	カリスト
21.88141				100.34	6.381	4752				0.1347
21.91896				101.25	6.381	4752.00				0.1360
21.97043				100.38	6.381	4752.00				0.1348
22.00613				100.02	6.381	4752.00				0.1343
					6.381	4752.00				

図8 「2. デジカメの画角 (長辺方向)」計算表と「3. 木星-衛星離角換算表」計算表

惑星の地心座標

設定

設定

- 天体を選んでください。木星 表示
- 年月日を指定してください。2015 年 4 月 21 日 表示
- 時刻を指定してください。22 時 3 分 18 秒 表示
現在時刻 0時
- 時刻系を指定してください。中央標準時(日本標準時) 表示
- (オプション) 間隔と期間(半角数字) 1 日 ごとに 1 日 間調べる 表示
1日おきに1月間 1日おきに1年間 1時間おきに1日
- (オプション) *'(h m s)表示 表示
- (オプション) km 表示
- 表示

結果

木星
地球時

年月日	時刻	視赤経 [h m s]	視赤緯 [° '"]	地心距離 [km]	視黄経 [° '"]	視黄緯 [° '"]	視差 ["]	視半径 ["]	視半径* ["]	等級
2015/04/21	0:00:00	9 02 16.346	17 51 31.00	755518466	132 49 31.57	0 56 16.75	0 01.74	0 19.52	0 18.25	-2.2

図9 「惑星の地心座標」ページ(<http://eco.mtk.nao.ac.jp/cgi-bin/koyomi/cande/planet.cgi>)

「3. 木星－衛星離角換算表」計算表はガリレオ衛星各々について5回の観測値を入力できる。木星－衛星間距離 (pix) の最大値を取って、見かけの軌道半径 (°) とする。

(3) 衛星軌道の長半径の実距離

見かけの軌道半径 e (°) から衛星軌道の長半径 a (km) を求めるために、地球木星間の距離 L (km) が必要で、国立天文台のホームページの「惑星の地心座標」の設定欄に観測日時などの必要事項を入力すると、結果表に表示される。

次に「4. 木星－衛星間の距離 (衛星軌道の長半径)」計算表に地球木星間の距離 L (km) と見かけの軌道半径 (°) を入力して、衛星軌道の長半径 (km) を求める。

衛星	見かけの軌道半径: e (°)	地球-木星間の距離: L (km)	衛星軌道の長半径: a (km)
イオ			
エウロパ			
ガニメデ			
カリスト	0.136	7.56E+08	1.795E+06

図 10 木星－衛星間の距離 (衛星軌道の長半径) の計算表

(4) 木星の質量の算出

衛星軌道の長半径 (km) は自動で木星質量計算表に入力されて、木星の質量 (kg) と地球質量の何倍になっているかとその値の相対誤差が計算されて表示される。

衛星	万有引力定数: G	公転周期: P (日)	公転周期: P (秒)	衛星軌道の長半径: a (km)	木星の質量: M (kg)	木星の質量 (地球質量)	相対誤差 (%)
イオ	6.67E-11	1.76	152064				
エウロパ	6.67E-11	3.55	306720				
ガニメデ	6.67E-11	7.16	618624				
カリスト	6.67E-11	16.7	1442880	1.795E+06	1.644E+27	275	-13

5. 結果

得られた木星の質量と相対誤差を結果表に記録しておく。

6. 考察

得られた結果について考察する。

7. 感想

ガリレオ衛星の撮影から画像測定、木星質量の算出まで過程について、感想を書こう。