

# LASCO 動画を利用した合付近の惑星の動き

—高校地学（天文分野）の探究活動への教材化を目指して—

岡崎 彰（元・群馬大学）

## 1 はじめに

星座を背景にした惑星の視運動は一般に小さいので、肉眼の観察では一夜のうちにその動きをとらえることは難しい。背景の星座と一緒に惑星をほぼ毎晩撮影して、その連続画像を動画として見せる方法もあるが、天気の条件や撮影者の都合などを考えると、現実には多大な労力が必要である。惑星と太陽との位置関係については、日没後の金星の位置を約1ヶ月おきに記録する観察活動が中学の教科書などにも紹介されているが、昼間に太陽と金星の位置関係を直接に観察で捉えることは困難である。教科書には、プラネタリウムやコンピュータ・シミュレーションの利用も掲げられているが、これらはあくまで自然を模した人工的モデルの例示であり、学習済の内容を確かめるのは有用であっても、自然観察の代用とするのは本末転倒である。

以上のように、恒星や太陽に対する惑星の動きを生徒に実感してもらえような観察例を提示することは、これまで困難だと思われていた。このような状況の中で注目されるのが LASCO 動画である。

LASCO (Large Angle and Spectrometric COronagraph) 動画とは、太陽観測衛星 SOHO に搭載の観測装置「広視野コロナグラフ」が太陽コロナの活動の様子を実写した動画である。図1は LASCO 動画の画像の一例である。画像内での太陽の位置は固定されており、マスキングされて見えない光球は白線の円で示されている。大気圏外から撮影されているため、太陽の背景は暗く、太陽から放射状に広がるコロナ以外に、恒星がたくさん写っている。そのため、恒星に対する太陽の見かけの動きはもちろん、太陽や恒星に対する惑星の視運動も直接に確認することができる。

LASCO 動画の教材化としては、太陽の年周運動の例が川村(2002)によって報告されている。惑星の視運動(天球上での動き)については、海外や国内の一部のウェブサイトでは LASCO 動画中の惑星の動きを紹介しているものもあるが、著者の知る限り、惑星の運動を扱う教材として位置付けられたものはみられない。

惑星の視運動を LASCO 動画を利用して探究する場合、次のような利点を挙げることができる。

- (1) 惑星の視運動を文字どおり動きとして見ることができる。
- (2) 背景の星空が明瞭で日付時刻表示もあるので、視運動の角速度を測定できる。
- (3) 太陽に対する視運動と恒星に対する視運動とを同時に得ることができる。
- (4) 太陽方向の限られた視野が対象なので、合付近の視運動に限定して考察すればよい。

本発表では、これらの利点をいかして、ケプラーの第3法則から合付近の視運動の近似式を導き、LASCO 動画に現れた惑星の視運動を探究する活動を提案する。

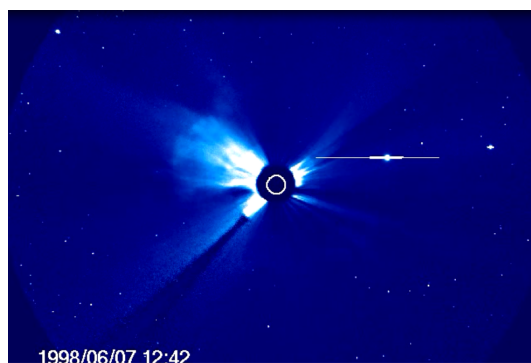


図1: LASCO 動画の画像。画面中央の白線の円が太陽光球の位置。画面右側に惑星が2つ見える。SOHO/LASCO (ESA & NASA)

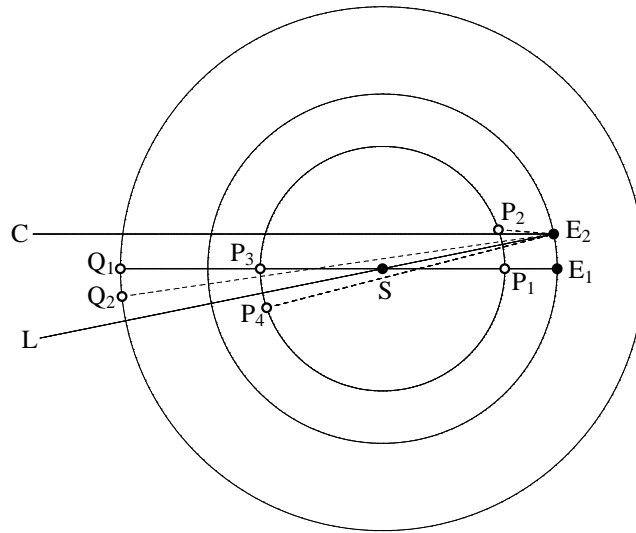


図 2: 合付近における内惑星と外惑星の動き

第 1 段階は基礎編として、円軌道を仮定し、ケプラーの第 3 法則と簡単な幾何学を適用して、合 (外惑星の合、内惑星の内合・外合) 付近における視運動の近似式を求める。そして、これらの式に基づいて、LASCO 動画に現れる惑星の視運動を定性的に調べて、外惑星の合、内惑星の内合・外合を識別するという探究活動である。

第 2 段階は応用編として、楕円軌道を考慮し、ケプラーの第 2 法則を用いて、第 1 段階で得た視運動の近似式を修正する。そして、LASCO 動画における惑星の視運動を定量的に測定して、近似式との比較によってその惑星名を特定するという探究活動である。

以下に、その具体的な内容を紹介する。

## 2 ケプラーの第 3 法則を用いて惑星の視運動を調べる

### 2.1 合付近における惑星の運動 (円軌道の場合)

いま、地球を含めて各惑星が同一公転面上で円軌道を描いていると仮定し、内惑星と外惑星の公転による運動が地球からどのように観察されるかを調べることにしよう。ケプラーの第 3 法則によれば、太陽系の惑星の公転周期  $P$  [年] と軌道長半径  $a$  [AU] には

$$\frac{a^3}{P^2} = 1 \quad (1)$$

という関係がある。(1) 式は、軌道半径の小さい惑星ほど公転周期が短いこと、すなわち、公転角速度が大きいことを示している。したがって、地球と比べると、内惑星は角速度が大きく、外惑星は角速度が小さいことになる。

図 2 は、地球が  $E_1$  の位置にあるときの惑星の合の位置、すなわち、内惑星の内合  $P_1$  と外合  $P_3$ 、外惑星の合  $Q_1$  の各位置と、それから時間  $\Delta t$  後の地球、内惑星 (2ヶ所)、外惑星の各位置  $E_2$ 、 $P_2$ 、 $P_4$ 、 $Q_2$  とを示したものである。直線  $E_2L$  は、 $\Delta t$  後に地球から見た太陽 ( $S$ ) の方向を表している。直線  $E_2C$  は、合のときの惑星の視線方向を表す直線 ( $E_1Q_1$ ) と平行な直線であり、合のときに惑星のあった星空を、 $\Delta t$  後に地球から見た方向を表している。したがって、 $\angle SE_2P_2$ 、 $\angle SE_2P_4$ 、 $\angle SE_2Q_2$  で表される角度は、天球上でそれぞれの惑星が  $\Delta t$  の間に太陽に対して移動した角距離を表し、また、 $\angle CE_2P_2$ 、 $\angle CE_2P_4$ 、 $\angle CE_2Q_2$  で表される角度は、天球上でそれぞれの惑星が  $\Delta t$  の間に背景の恒星に対して移動した角距離を表している。

### 2.2 直線で近似した合付近の運動

弧の長さは十分に短い範囲であれば弦の長さで近似できるので、惑星の軌道も合の近傍に限れば直線で示すことができる。図 3 は、図 2 で示された内惑星と外惑星と地球の合付近の軌道をそのように表した模式図である。た

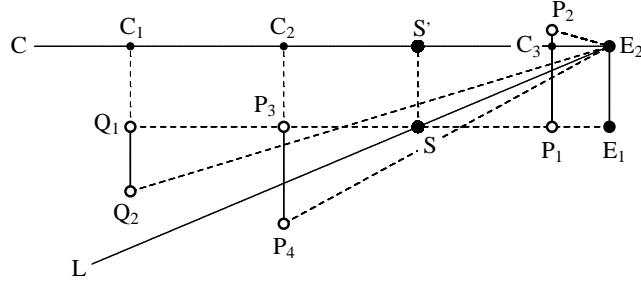


図 3: 合付近における内惑星と外惑星と地球の運動を直線で近似的に表した模式図。惑星の移動を表す線分の長さは誇張されている。

だし、この図では、説明しやすくするために地球と内惑星、外惑星の移動を表す線分  $E_1E_2$ 、 $Q_1Q_2$ 、 $P_1P_2$ 、 $P_3P_4$  の長さは誇張して描かれている。

以下では、図 3 を利用して、地球から見た内惑星と外惑星の合付近の視運動の速さを求めることにする。それらを導く過程ではいくつか近似式を用いる。逐一説明しないが、その多くでは  $|\theta| \ll 1$  のとき  $\cos \theta \approx 1$ 、 $\sin \theta \approx \theta$  なる関係を利用している。

まず、地球の公転周期と軌道半径をそれぞれ  $P_E (= 1 \text{ 年})$ 、 $a_E (= 1 \text{ AU})$  とし、他の惑星の公転周期と軌道半径をそれぞれ  $P$ 、 $a$  (記号として内惑星と外惑星の区別はしない) とすれば、図 2 または図 3 において地球の移動を表す  $E_1E_2$  の長さは  $a_E(2\pi/P_E)\Delta t$ 、他の惑星の移動を表す  $P_1P_2$ 、 $P_3P_4$ 、 $Q_1Q_2$  の長さは  $a(2\pi/P)\Delta t$  で与えられる。

#### (1) 内惑星の内合

最初に、内惑星の内合の場合を考えよう。図 3 で  $\angle C_3E_2P_2$ 、 $\angle SE_2P_2$  が十分に小さいことから、 $S'E_2 \approx a_E$ 、 $S'C_3 \approx a$  と近似できる。したがって、直角三角形  $P_2E_2C_3$  に着目した時、 $\angle P_2E_2C_3$  が十分に小さいので、内合の時から  $\Delta t$  後までに移動した角度は、地球から見て東向き (図 3 で  $E_2$  を中心に反時計回り)、すなわち「順行」を正として、

$$\angle P_2E_2C_3 = \frac{a_E \left( \frac{2\pi}{P_E} \right) \Delta t - a \left( \frac{2\pi}{P} \right) \Delta t}{a_E - a} = 2\pi \Delta t \frac{\left( \frac{a_E}{P_E} - \frac{a}{P} \right)}{a_E - a} \quad (2)$$

である。ここで、(1) 式のケプラーの第 3 法則から  $P_E = a_E^{3/2}$ 、 $P = a^{3/2}$  であることに留意し、角度の単位として度 ( $^\circ$ ) を使うこととして  $2\pi[\text{rad}] = 360^\circ$  とすれば、天球上での (恒星に対する) 視運動の 1 日の移動量  $l_1$  は、(2) 式に  $\Delta t = 1/365$  年を代入して

$$l_1 = \left( \frac{360}{365} \right) \left( \frac{a_E^{-1/2} - a^{-1/2}}{a_E - a} \right) \approx \frac{1 - a^{-1/2}}{1 - a} \quad (3)$$

と導かれる。ただし上式では、 $a_E = 1[\text{AU}]$  を適用するとともに、1.4% 程度の誤差は許容するとして  $360/365 \approx 1$  の近似を用いた。

一方、太陽に対する視運動は、図 2 または図 3 において  $\angle P_2E_2S$  で表される。これらの図からわかるように、 $\angle P_2E_2S = \angle P_2E_2C_3 + \angle C_3E_2S$  であり、また、平行線の錯角により、 $\angle C_3E_2S = \angle E_1SE_2$  なる関係がある。 $\angle E_1SE_2$  は、内合の時から  $\Delta t$  後までに地球が太陽の周りを巡った角度であり、 $\angle E_1SE_2 = (2\pi/P_E)\Delta t$  で表される。すなわち、太陽に対する視運動を表す角度  $\angle P_2E_2S$  は、上に述べた角度の関係を考慮し、さらに図 3 で  $E_2$  を中心に反時計回りを正としていることに注意すれば、(2) 式に  $-(2\pi/P_E)\Delta t$  を加えて得られる。したがって、太陽に対する視運動の 1 日の移動量  $s_1$  は、恒星に対する視運動の場合と同様に扱えば、次式で与えられる。

$$s_1 = \left(\frac{360}{365}\right) \left(\frac{a_E^{-\frac{1}{2}} - a^{-\frac{1}{2}}}{a_E - a} - a_E^{-\frac{3}{2}}\right) \approx \frac{1 - a^{-\frac{1}{2}}}{1 - a} - 1 = \frac{a - a^{-\frac{1}{2}}}{1 - a} \quad (4)$$

## (2) 内惑星の外合

次に、内惑星の外合の場合を考える。内合の場合と同様に、図3で直角三角形  $P_4E_2C_2$  に着目して  $\angle P_4E_2C_2$  が十分に小さいことを考慮すれば、外合の時から  $\Delta t$  後にまでに移動する角度は、地球から見て東向き（順行）を正として、

$$\angle P_4E_2C_2 = \frac{a_E \left(\frac{2\pi}{P_E}\right) \Delta t + a \left(\frac{2\pi}{P}\right) \Delta t}{a_E + a} = 2\pi \Delta t \frac{\left(\frac{a_E}{P_E} + \frac{a}{P}\right)}{a_E + a} \quad (5)$$

である。したがって、外合付近における内惑星の恒星に対する視運動の1日の移動量  $l_2$  は、(5)式に対して内合の場合と同じ値と同じ近似を適用して次式を得る。

$$l_2 \approx \frac{1 + a^{-\frac{1}{2}}}{1 + a} \quad (6)$$

太陽に対する視運動は、図3における  $\angle SE_2P_4$  に対応しているので、内合の場合と同じように、(5)式に  $-(2\pi/P_E)\Delta t$  を加えることで得られる。したがって、太陽に対する視運動の1日の移動量  $s_2$  は、やはり内合の場合と同様にして求めれば次式で表される。

$$s_2 = \left(\frac{360}{365}\right) \left(\frac{a_E^{-\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}}}{a_E + a} - a_E^{-\frac{3}{2}}\right) \approx \frac{1 + a^{-\frac{1}{2}}}{1 + a} - 1 = \frac{a^{-\frac{1}{2}} - a}{1 + a} \quad (7)$$

## (3) 外惑星の合

最後に、外惑星の合の場合であるが、図3における幾何学的扱いは内惑星の外合の場合と全く同じなので、式の形も全く同じになる。すなわち、合付近における外惑星の恒星に対する視運動の1日の移動量は(6)式、太陽に対する視運動の1日の移動量は(7)式で与えられる。

## 2.3 高校地学の探究活動における利用

### (1) 合付近における惑星の視運動の近似式の導出

前節では、内惑星の内合と外合、外惑星の合の付近での視運動の一日の動きが比較的簡単な式で表されることを示した。これらの式の導出にあたっては、ケプラーの第3法則、微小角における三角関数の近似を用いたが、いずれも高校の学習の範囲である。したがって、教員が図2と図3を提示して、例えば、内惑星の内合の場合の(3)式と(4)式を例題として示せば、内惑星の外合、外惑星の合の場合の(6)式と(7)式を高校生が自分たちの力で導くことはそれほど難しくないとと思われる。

### (2) LASCO 動画における視運動の定性的分析

ここでは、LASCO 動画に見られる内惑星の内合と外合、外惑星の合の付近の視運動について、前節で導いた式を用いて定性的に分析することを目標とする。

内惑星では  $a < 1$  なので、これを内合の場合の(3)式に適用すれば  $l_1 < 0$  となる。高校生向けにもう少し丁寧に説明すると、(3)式の分母は明らかに  $1 - a > 0$  である。一方、分子については、分子の値に  $a^{\frac{1}{2}} (= \sqrt{a} > 0)$  を乗じて正負が変わらないことを利用して有理化するとわかりやすい。そうすると  $\sqrt{a}(a - 1) < 0$  は明らかなので、分数全体の値として  $l_1 < 0$  となることが確認できる。

前節で述べた視運動の移動量の正負を考慮すれば、内合付近の内惑星の恒星に対する視運動の向きは西向き、すなわち「逆行」であることがわかる。すなわち、LASCO 動画の画面上では、恒星に対して相対的に右向きの移動を表す。LASCO 動画の画面は太陽に固定されており、背景の恒星は常にほぼ一定の速さで右向きに流れて

表 1: 内惑星と外惑星の視運動の向き

惑星		対恒星		対太陽	
内惑星	内合: $a < 1$	東	西 (逆行): $l_1 < 0$	東	西 (逆行): $s_1 < 0$
内惑星	外合: $a < 1$	西	東 (順行): $l_2 > 0$	西	東 (順行): $s_2 > 0$
外惑星	合: $a > 1$	西	東 (順行): $l_2 > 0$	東	西 (逆行): $s_2 < 0$

いるので、画面に対しては必ずしも右側とは限らないことに注意したい。次に、同じ内合付近の内惑星について太陽に対する視運動の向きを、 $a < 1$  を適用した (4) 式の正負で調べてみると、 $s_1 < 0$  が得られ、太陽に対する視運動の向きも西向き (逆行) であり、LASCO 動画の画面に対して右側に移動することがわかる。

表 1 は、同様な方法で内惑星の外合と外惑星の合について調べた結果も含めてまとめたものである。このうち、内惑星の外合と外惑星の合での対太陽の視運動については、図 2 において、ケプラーの第 3 法則 (1) 式から得られる軌道長半径  $a$  と角速度  $\omega$  の関係を考えれば、直観的にも理解できるものでもある。以上の定性的分析は、自然現象を記述する数式の持つ意味を実感できるという点でも意味があると言えるだろう。

## 2.4 定量的分析に向けての課題

定性的分析の次の段階としては、LASCO 動画での惑星の動きを定量的に測定して、各惑星の軌道長半径  $a$  の値を上で導いた (3)、(4)、(6)、(7) の各式に代入したものと比較して、着目している惑星の名称を特定する活動が考えられる。この場合、まず、上記の式にはいくつかの近似が適用されていたことに注意する必要がある。

第 1 に、1 日あたりの移動量の計算で  $360/365 \approx 1$  の近似を用いたが、これは実際よりも約 1.4% の過大評価となっている。第 2 に、 $\cos \theta \approx 1$ 、 $\sin \theta \approx \theta$  の近似式を利用しているが、LASCO 動画 (C3) の視野範囲は太陽から  $8^\circ (= 0.14 \text{ [rad]})$  なので、これに伴う誤差は 1% 以内である。第 3 に、LASCO を搭載した SOHO 衛星は実は人工「惑星」であり、太陽・地球系のラグランジュ点  $L_1$  付近にあって、太陽を周回している。その公転周期は地球と同じであるが、軌道半径は地球と比べてほぼ 1% 短いので、 $a_E = 1$  の適用によって  $a_E$  の値は実際よりもほぼ 1% の過大評価がされている。しかし、上で導いた式にこれら 3 つの近似が与える影響は全体として数% 以内と考えられる。

もっと大きな問題は、地球と惑星の軌道を円と仮定していることである。とくに離心率の大きい楕円軌道を持つ水星 ( $e = 0.206$ ) は、公転する中で太陽からの距離が約  $\pm 20\%$  変化し、ケプラーの第 2 法則によれば、角速度はそれに応じて  $\pm 40\%$  程度にも及ぶ変化を示すことになる。しかし、見方を変えれば、このように離心率の大きい楕円軌道の惑星は、LASCO 動画を用いてケプラーの第 2 法則について探究する活動するのに格好の材料とも言える。次節では、そのような発展的なテーマについて考察する。

## 3 ケプラーの第 2 法則を用いて惑星の視運動を詳しく調べる

### 3.1 合付近における惑星の運動 (楕円軌道の場合)

本節では、前節で導出した円軌道の近似式 (3)、(4)、(6)、(7) の各式を出発点として、ケプラーの第 2 法則を考慮しながら、楕円軌道の場合に適用できる近似式を導く。以下では、合付近の惑星が近日点、遠日点にある場合の視運動を求める。

### 3.2 面積速度一定の法則

ケプラーの第 2 法則は「惑星と太陽とを結ぶ線分が単位時間に掃く面積は一定である」というもので、面積速度一定の法則とも呼ばれる。軌道長半径  $a$  [AU]、離心率  $e$  の楕円軌道の場合、惑星が太陽に最も近くなる近日点距離は  $a(1 - e)$ 、最も遠ざかる遠日点距離は  $a(1 + e)$  で与えられる。したがって、近日点付近と遠日点付近での公転角速度をそれぞれ  $\omega_p$  [rad/s]、 $\omega_a$  [rad/s] とし、時間  $\Delta t$  [年] の間に惑星と太陽とを結ぶ線分が掃く面積をそれぞれ  $\Delta S_p$  [AU<sup>2</sup>]、 $\Delta S_a$  [AU<sup>2</sup>] とすれば、それぞれの面積速度の大きさ  $A_p$ 、 $A_a$  は

$$A_p = \frac{\Delta S_p}{\Delta t} = \frac{1}{2} \{a(1-e)\}^2 \omega_p \quad (8)$$

$$A_a = \frac{\Delta S_a}{\Delta t} = \frac{1}{2} \{a(1+e)\}^2 \omega_a \quad (9)$$

で示される。ここで、 $\Delta S_p$ 、 $\Delta S_a$  は、太陽を中心として中心角  $\omega_p \Delta t$ 、 $\omega_a \Delta t$  の扇型の面積で近似している。また、この楕円軌道上を公転する惑星の平均の面積速度の大きさ  $[A_e]$  は、楕円軌道で囲まれた面積を公転周期 ( $P$ [日]) で除することによって求まる。すなわち、

$$[A_e] = \frac{\pi ab}{P} = \frac{\pi a^2(1-e^2)^{\frac{1}{2}}}{P} \quad (10)$$

である。ただし、 $b$  は楕円軌道の短半径である。

前節では前述の (3)、(4)、(6)、(7) の各式を導出する際に公転角速度として  $\frac{2\pi}{P} (= \omega)$  を用いていたが、惑星が楕円軌道の場合、近日点付近と遠日点付近ではこれの代りに、それぞれ公転角速度  $\omega_p$  と  $\omega_a$  を用いる必要がある。

面積速度一定の法則により  $A_p = A_a = [A_e]$  であること、さらに (8)~(10) 式を組み合わせ

$$\omega_p = \frac{(1-e^2)^{\frac{1}{2}}}{(1-e)^2} \frac{2\pi}{P} \quad (11)$$

$$\omega_a = \frac{(1-e^2)^{\frac{1}{2}}}{(1+e)^2} \frac{2\pi}{P} \quad (12)$$

を得る。

### 3.3 近日点と遠日点付近における惑星の視運動

次に、本題である楕円軌道の惑星の視運動について考える。具体的には、視運動の大きさが最大または最小となる近日点付近と遠日点付近に適用できるように、前述の (3)、(4)、(6)、(7) の各式を変形する。

#### (1) 内惑星の内合

円軌道を仮定した内惑星の内合の場合、天球上で (恒星に対して) 惑星が視運動によって時間  $\Delta t$  の間に動く移動量 (角度) は、前節の (2) 式で与えられる。

近日点の場合、上で述べたように、(2) 式において惑星の公転角速度を表す  $\frac{2\pi}{P}$  を  $\omega_p$  で、また、軌道半径  $a$  を近日点距離  $a(1-e)$  で置き換えればよいので、(11) 式も考慮して、(2) 式は次のように変形される。

$$\frac{a_E \left( \frac{2\pi}{P_E} \right) \Delta t - a(1-e) \left\{ \frac{(1-e^2)^{\frac{1}{2}}}{(1-e)^2} \frac{2\pi}{P} \right\} \Delta t}{a_E - a(1-e)} = 2\pi \Delta t \frac{\left\{ \frac{a_E}{P_E} - \left( \frac{1+e}{1-e} \right)^{\frac{1}{2}} \frac{a}{P} \right\}}{a_E - a(1-e)} \quad (13)$$

ただし、地球の公転運動は離心率が小さい ( $e = 0.0167$ ) ので円軌道と見なしている。

前節と同様にして、ケプラーの第3法則から  $P_E = a_E^{\frac{3}{2}}$ 、 $P = a^{\frac{3}{2}}$  であることに留意し、角度の単位として度 ( $^\circ$ ) を使うこととして  $2\pi[\text{rad}] = 360^\circ$  とすれば、近日点付近を運行する惑星の天球上での (恒星に対する) 視運動の1日の移動量  $l_{1p}$  は、(13) 式に  $\Delta t = 1/365$  年を代入して

$$l_{1p} = \left( \frac{360}{365} \right) \frac{\left\{ a_E^{-\frac{1}{2}} - \left( \frac{1+e}{1-e} \right)^{\frac{1}{2}} a^{-\frac{1}{2}} \right\}}{a_E - a(1-e)} \approx \frac{1 - a^{-\frac{1}{2}}(1+e)}{1 - a(1-e)} \quad (14)$$

と導かれる。ただし上式では、 $a_E = 1[\text{AU}]$  を適用するとともに、1.4%程度の誤差を許容して  $360/365 \approx 1$  の近似を用いた。また、 $\{(1+e)/(1-e)\}^{\frac{1}{2}} \approx 1+e$  なる近似も使っている。太陽系惑星で最大の離心率 ( $e = 0.2056$ ) を持つ水星の場合、この近似による誤差は2%程度である。

遠日点付近の場合は、(2)式において公転角速度を表す  $\frac{2\pi}{P}$  を  $\omega_a$ 、軌道半径  $a$  を遠日点距離  $a(1+e)$  で置き換え、近日点付近の場合と同様にして次式を得る。

$$l_{1a} \approx \frac{1 - a^{-\frac{1}{2}}(1-e)}{1 - a(1+e)} \quad (15)$$

一方、近日点付近と遠日点付近を運行する惑星の太陽に対する視運動の1日の移動量  $s_{1p}$  と  $s_{1a}$  は、上式を前節と同様に扱えば、それぞれ次式で与えられる。

$$s_{1p} \approx \frac{1 - a^{-\frac{1}{2}}(1+e)}{1 - a(1-e)} - 1 = \frac{a(1-e) - a^{-\frac{1}{2}}(1+e)}{1 - a(1-e)} \quad (16)$$

$$s_{1a} \approx \frac{1 + a^{-\frac{1}{2}}(1-e)}{1 - a(1+e)} - 1 = \frac{a(1+e) - a^{-\frac{1}{2}}(1-e)}{1 - a(1+e)} \quad (17)$$

## (2) 内惑星の外合

上記(1)の場合に倣って(6)式を変形すると、近日点付近と遠日点付近を運行する惑星の天球上の(恒星に対する)視運動の1日の移動量  $l_{2p}$  と  $l_{2a}$  はそれぞれ次の式で表される。

$$l_{2p} \approx \frac{1 + a^{-\frac{1}{2}}(1+e)}{1 + a(1-e)} \quad (18)$$

$$l_{2a} \approx \frac{1 + a^{-\frac{1}{2}}(1-e)}{1 + a(1+e)} \quad (19)$$

同様にして、(6)式を変形すると、近日点付近と遠日点付近を運行する惑星の太陽に対する視運動の1日の移動量  $s_{2p}$  と  $s_{2a}$  はそれぞれ次の式で与えられる。

$$s_{2p} \approx \frac{a^{-\frac{1}{2}}(1+e) - a(1-e)}{1 + a(1-e)} \quad (20)$$

$$s_{2a} \approx \frac{a^{-\frac{1}{2}}(1-e) - a(1+e)}{1 + a(1+e)} \quad (21)$$

## (3) 外惑星の合

前節と同じく、内惑星の外合の場合と同じ形になる。すなわち、(18)~(21)式が適用される。

以上で、楕円軌道を考慮した惑星の視運動の大きさを示す式が導かれた。

## 3.4 LASCO 動画における惑星の視運動への適用

表2は、水星から海王星までの7惑星の太陽に対する視運動の大きさの範囲を、前節で導いた式を用いて近日点付近と遠日点付近の値を限界として示したものである。導出の過程でも述べたように、近似式で求めたこれらの値には数%の誤差があることに留意する必要がある。

表 2: 合付近における惑星の視運動

惑星		対恒星 [°/日]*	対太陽 [°/日]*
水星	内合	$-1.35 \leq l_1 \leq -0.52$	$-2.35 \leq s_1 \leq -1.52$
	外合	$+1.55 \leq l_2 \leq +2.25$	$+0.55 \leq s_2 \leq +1.25$
金星	内合	$-0.65 \leq l_1 \leq -0.62$	$-1.65 \leq s_1 \leq -1.62$
	外合	$+1.25 \leq l_2 \leq +1.27$	$+0.25 \leq s_2 \leq +0.27$
火星	合	$+0.65 \leq l_2 \leq +0.79$	$-0.35 \leq s_2 \leq -0.21$
木星	合	$+0.22 \leq l_2 \leq +0.25$	$-0.78 \leq s_2 \leq -0.75$
土星	合	$+0.12 \leq l_2 \leq +0.13$	$-0.88 \leq s_2 \leq -0.87$
天王星	合	$+0.06 \leq l_2 \leq +0.06$	$-0.94 \leq s_2 \leq -0.94$
海王星	合	$+0.04 \leq l_2 \leq +0.04$	$-0.96 \leq s_2 \leq -0.96$

\* 天球上で黄道に沿って東向きの動き (順行) を正とする

図 1 で示した 1998 年 5 月 27 日～6 月 10 日の LASCO 動画には 2 つの惑星が写っている。それらの太陽に対する視運動を画面上で測定した結果はそれぞれ  $-0.24^\circ/\text{日}$  と  $+1.13^\circ/\text{日}$  であった。これらの結果を表 2 と照らし合わせれば、前者が火星の合、後者が水星の外合であると判定できる。

なお、水星の視運動の大きさは変化が大きく、金星の視運動の範囲にまで食い込んでいる。両者が重なる範囲では、水星がこの範囲に入る確率は低いものの、明るさなどの情報と組み合わせる必要がある。

#### 4 おわりに

本発表に対して、大西さんから「高校生のモチベーションを考えると、惑星を特定することを目標とするよりも、軌道長半径を求めることを目標の方がよいのではないか」との貴重なコメントをいただいた。今後は、そのような視点も踏まえ、数式の簡略化も含めて、より親しみやすい教材を目指して改善していきたい。

なお、本発表の内容は、岡崎・栗原 (2012)、岡崎 (2013) に基いたものである。

#### 参考文献

- 岡崎 彰, 栗原淳一 (2012): 「中学・高校の天文分野の授業における LASCO 動画の活用 太陽の年周運動と惑星の視運動」, 群馬大学教科教育学研究, 11 号, 17 - 26 頁
- 岡崎 彰 (2013): 「中学・高校の天文分野の授業における LASCO 動画の活用 II 楕円軌道を考慮した惑星の視運動」, 群馬大学教科教育学研究, 12 号, 11 - 16 頁
- 川村教一 (2002): 「太陽観測衛星 SOHO の広視野コロナグラフ (LASCO) 画像を用いた太陽の年周運動教材化」, 地学教育, 55 巻, 2 号, 43 - 48 頁
- LASCO Consortium(1994): *LASCO Handbook for Scientific Investigators, Ver. 1.0*, <http://lasco-www.nrl.navy.mil/index.php?p=content/handbook/hndbk>