

日食による月と太陽の距離測定

大西 浩次(長野工業高等専門学校)

2009年7月22日、日本で46年ぶりの皆既日食が起きた。この現象は、月の公転を実感する好機会であると共に、地球の自転現象を体感する機会でもあった。月は地球のまわりを約30日で公転している。すなわち、月の公転角速度は0.5度/1時間である。これより、月が太陽(視直径0.5度)を横切る時間(日食の継続時間)は約2時間になるはずである。しかし、実際の日食の継続時間は3時間弱である。この違いは、観測者が動いているためである。太陽までの距離は十分に遠いので、月の影の動く様子は、実際の月の運動が「地球表面というスクリーン」に平行投影されて見えると考えて良い。すなわち、太陽の方向から地球を見ると、月の影が地表に投影されて動いている速さは、月の公転速度と同じ秒速約1kmである。しかし、観測者も地表上で共に自転運動している(秒速約400m)。この結果、観測者は月の影を常に追いかけてながら観測していることになる。この自転の効果が日食の継続時間を長くしているわけだ。

いま、各地の観測データから、地上から月の影が移動している様子を描くことで、月の地表に対する移動速度が測定できる。この速度に地球の自転速度の補正をすると、月の実公転速度が求まり、ケプラーの法則を介して月までの距離が決定できる。発表では、上記の方法による月の距離測定と共に、月の影の移動速度と1点の角速度の測定から、月までの距離を決定する新しい方法も紹介する。

ところで、太陽観測衛星SOHOは、太陽・地球間のL1のハロー軌道にいる。このため、背景の恒星をバックにすると、地上とSOHOで太陽の位置が異なって見える。2009年7月22日、小笠原諸島北硫黄島沖(「ふじ丸」)で撮影した皆既日食の画像に写り込んでいる10個の星を使って、同時刻のSOHOのLASCO C2, LASCO C3の画像との比較から太陽視差の測定した。

1. はじめに

月は地球のまわりを約30日で1周している(月の公転)。これを1日あたりにすると約12度となる(360度÷30日)。いま、月を1日おいて同じ時刻に観察すると、見える位置が前日とは約12度東へずれていることに気づくだろう。この動きを1時間あたりにしてみると、角度で0.5度になる(12度÷24時間)。月の見かけの大きさは約0.5度なので、月は1時間程度でほぼ自分自身の視直径と同じくらいの角度を移動する。この動きはとてもゆっくりしたものなので、ふつうでは気づかないだろう。まさに、日食のとき、この月の公転を「実感」する絶好のチャンスになる。

ところで、月が1時間当たり0.5度動くとすれば、0.5度の太陽視直径を月が横切る時間(日食の継続時間)は約2時間になるはずだ。しかし、実際には日食の継続時間は3時間弱である。この違いはなぜ起きるのだろうか？図1のように宇宙から見ると(正確には、太陽から見ると)月の影が地表に投影されて動いている速さは、月の公転速度と同じ秒速約1kmである。しかし、観測者(日本列島)も時間とともに自転している(秒速約400m)。すなわち、観測者は月の影を常に追いかけてながら観測していることになる(ただし、日の出時、南中時、日没時などの時間帯により影との相対速度は常に変化している)。これが、月が太陽を横切る継続時間を長くしている原因である。

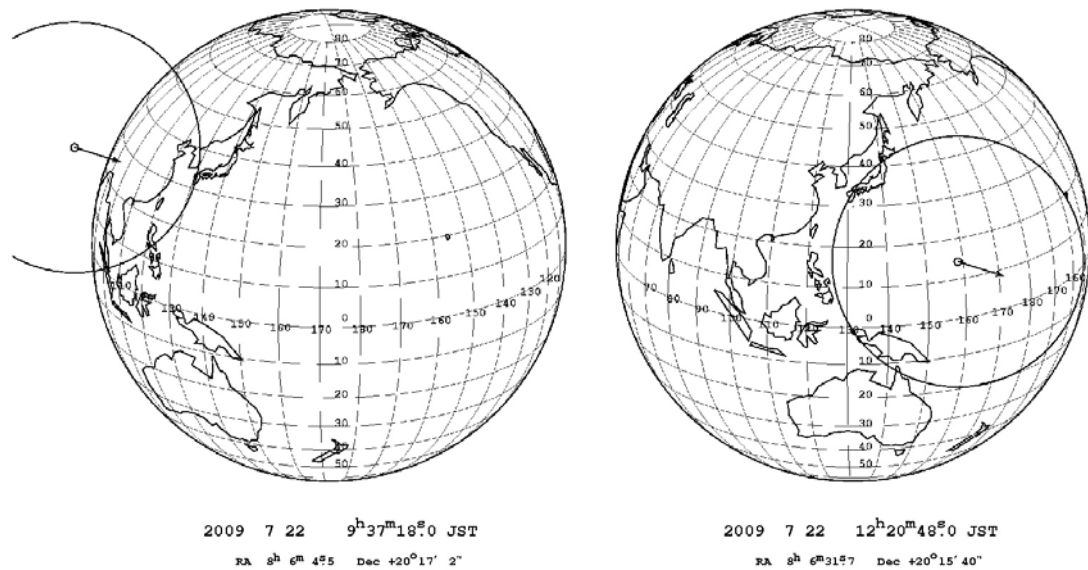


図1 2009年7月22日の皆既日食時、月の影の動きと地球の動きの様子
(左 9h37m,右 12h20m)相馬充作成の図(Astro-HS 2009 観測ガイド P17,図6より引用)

2. 食の同時刻線から月の影を追う

太陽までの距離は十分に遠いので、月の影の動く様子は、実際の月の運動が「地球表面というスクリーン」に平行投影されて見えている。ここで、月の影が動いていく様子を地上から捉えてみよう。各地の観測データから、食の開始時刻を取り出して、同じ時刻に食が開始となる点を地図上にプロットする。たとえば食の開始が9時50分になる点をとって、結んでみよう。(ちょうどその時刻の地点がない場合は、その前後の時刻の点から推定しよう)。こうして描かれた線は、その時刻における月の影(正確には半影)の外縁の位置を示している。同様に、その後の、たとえば10時00分に食が開始になる同時刻線を描いてみると、その線が西から東へ移動していることがわかる。このようにして、地上から月の影が移動している様子を描くことができる。さらに、食の終わりの時刻で同じように線を描くと、日本列島を過ぎ去っていく月の影を描くことができる。このような観測より、地球表面に対する月の移動速度 V_1 が決定できる。

3. 月の公転速度より月までの距離を求める

いま、食の同時刻線の測定から月影の移動速度 V_1 が求まったとしよう。一方、各地の自転速度 V_2 は、地球の角速度を ω 、地球半径を R 、緯度を θ とすれば、 $V_2 = R\omega \cos \theta$ となる。これより、自転方向と月影の方向の成す角を ϕ とすれば、月の実公転速度 V は、 $V = V_1 + V_2 \cos \phi$ と求まる。このように月の実公転速度が求まると、ニュートンの万有引力の公式を使うことで、月までの距離 x と地球の半径 R の比は $x/R = (gR/V^2)$ として求められる¹。ただし、 g は重力加速度 9.8m/s^2 である。いま、 V を約 1000m/s とすれば、距離は地球半径の約60倍程度になるだろう。

¹ 月の円運動の速さ V とすれば、向心力の大きさは mV^2/x 。ここで、 m は月の質量。一方、この向心力の原因が万有引力 $GMm/x^2 = mgR^2/x^2$ ($g = GM/R^2$) であることから導出できる。

4. 月の視差から月までの距離を求める

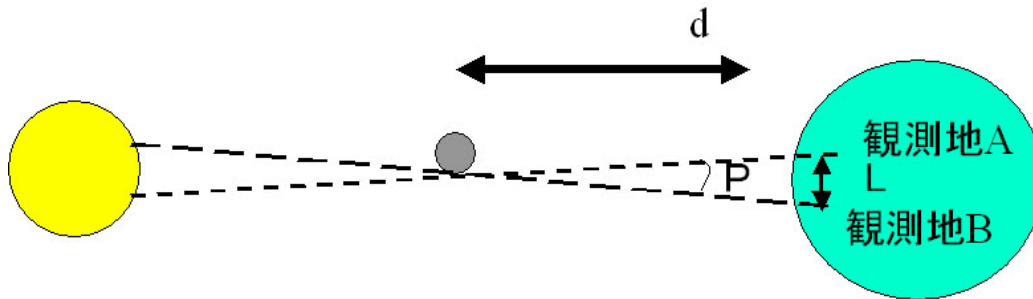


図2 同時刻、2観測点から見た月の視差

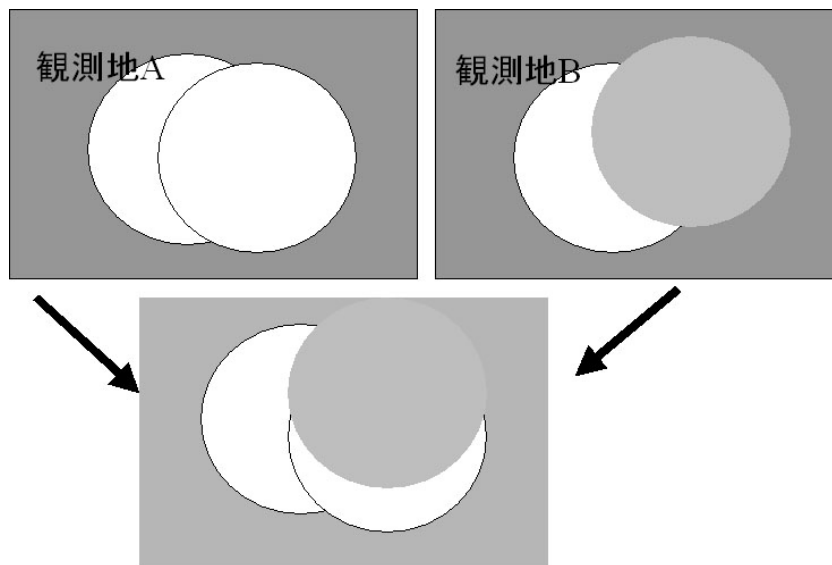


図3 同時刻、2観測点から見た月の視差測定

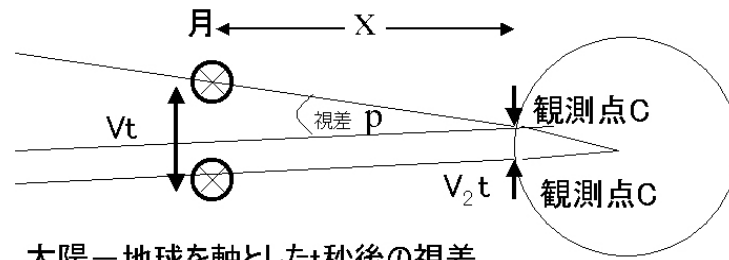
遠く離れた2つの地点から観測すると、背景(日食の場合は太陽)に対して月がずれて見える。これが月の視差 p です。月の視差を測定し、月までの距離を求めてみよう。いま、2つの観測点間の距離を d [km]、月までの距離を x [km]とする。2地点間の距離 d が月までの距離 x を半径とする円の円周の一部とみなすと、 p [rad]= d/x より、 $x=d/p$ [rad]= $x=(180/(\pi p[\text{degree}]))d$ となる。2地点間の距離は地図などを利用して求めると、月までの距離 x [km]が計算できる。

(ただし、こうして求めた距離は、地球の中心からの距離ではないことに注意しよう。)

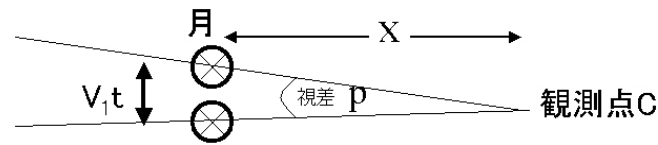
5. 1地点観測データから月の距離を測る I

もし、月の影の移動速度 V_1 がわかっていると(3章のように地球の自転の補正をしなくても)、あとは、各地の1地点の観測データから、月までの距離を求めることができます。

先に示したように、月が実速度で公転している間に、観測者は自転しています。そのため、太陽-観測者を軸とすると、月は見かけの影の移動速度で動いているように見えます。すなわち、影の見かけの移動速度が判ると、 t 秒後の月と観測者の相対移動量 $V_1 t$ がわかります。そこで、観測者の見かけの視差 p を測定すれば、 $x=(180/(\pi p[\text{degree}])) V_1 t$ となり、観測者から月までの距離がわかります。これは、地上の2地点間の距離でなく、測定対象(月)の2地点間の距離を既知とする視差による距離測定法で'Parallax'の反対の綴りをした'Xallarap'と呼ばれる手法の1つである[2]。



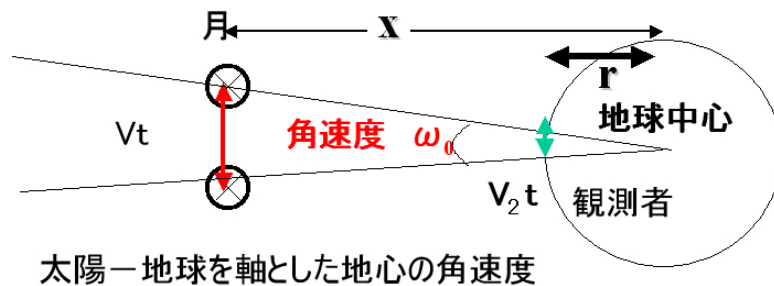
太陽—地球を軸としたt秒後の視差



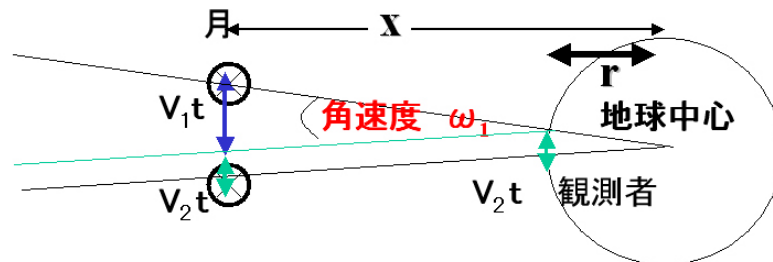
太陽—観測者Cを軸としたt秒後の視差

図4 Xallarap による月の距離測定の実理

6. 1 地点観測データから月の距離を測る II



太陽—地球を軸とした地心の角速度



太陽—地球を軸とした観測者の角速度

図5 地心と観測者の角速度と距離測定の実理

いま、地球の中心から見た角速度と観測者の位置・速度を与えたとしよう。図5のように、地球中心から見た太陽に対する月の角速度 ω_0 は、1 望月 (29.53 日) で 360 度より、 $\omega_0 = 2\pi / (29.53 \times 24 \times 60 \times 60)$ [rad/s] である。いま、観測者の速度 V_2 、および、太陽—観測者—地球中心の観測者と地球中心の距離 r は、計算できるので、観測者からある 1 点の観測者 C が、太陽に対する月の移動角速度 ω_1 を測定したとしよう。

ここで、 $V_t = X \cdot \omega_0 t$ 、 $V_1 t = V_t - V_2 t = (X - r) \cdot \omega_1 t$ より、

$$X = V_2 / (\omega_0 - \omega_1) - \omega_0 r / (\omega_0 - \omega_1)$$

と解ける。このように、1 カ所の測定だけでも距離は測定できる。長野高専天文部の測定では、数%の精度で月までの距離を測定できている。

7. SOHO と地球 (GOUND) による太陽視差

日食による太陽の距離測定の可能性について書いておこう。太陽観測衛星 SOHO は、太陽・地球間の L1 ポイント付近のハロー軌道にいる (図 5)。このため、背景の恒星をバックにすると地上と SOHO での太陽の位置が異なって見える。この測定から太陽の距離が測定可能である。

この視差は $p = (d \cdot 10^6 \text{ km} / 1.5 \cdot 10^8 \text{ km}) = (4d / 10.8) [\text{degree}]$ であり、SOHO の横ずれの最大値、 $d_{\text{max}} = 1.6 \cdot 10^6 \text{ km}$ を使うと、最大 0.6 度と、太陽の視直径程度ずれる。これより、皆既日食中の星の写真を使うと、SOHO 画像との比較より太陽までの位置が測定できる。図 7 は、2009 年 7 月 22 日の皆既日食のとき撮影した写真から、太陽の周りの星が確認できたもの (星を丸で囲っている) である。10 個の星、約 8 等星までの星が確認できる。

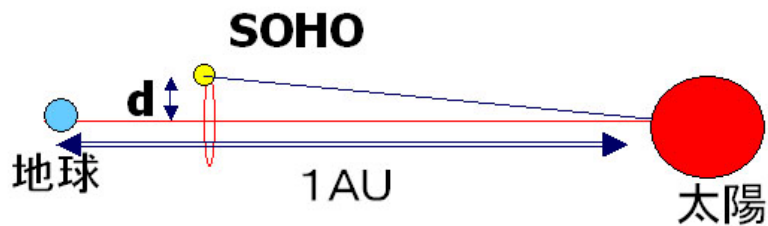


図 6 SOHO と地球による太陽視差



図 7 地上による皆既日食中の星の位置, 2009 年 7 月 22 日 Photo by Kouji Ohnishi



図8 SOHO LASCO C2(中央)、LASCO C3による皆既日食中の星の位置, 2009年7月22日

図8は、SOHOによる同日(ほぼ同時刻)の画像である。両者の画像を比較して太陽までの距離を求めてみるとオーダーは十分に求まったが、画像のゆがみの影響で大きな誤差があり、現在、検討中である。

7. おわりに

日食による月と太陽の距離測定について報告した。ここで、多観測地点のデータから、月までの距離を求める方法を示した。また、月の影の移動速度と1点からの角速度から、月までの距離を決定する新しい方法を提案した。今後、これらを実際の教材化して報告する予定である。

参考文献

- [1] Astro-HS2009 観測ガイド「日食観測」、(編)高校生天体観測ネットワーク Astro-HS 観測ガイドブック編集員 2-1-4 観測結果からわかること pp.15-18
- [2] Poindexter, Shawn; Afonso, Cristina; Bennett, David P.; Glicenstein, Jean-Francois; Gould, Andrew; Szymański, Michał K.; Udalski, Andrzej.(2005) "Systematic Analysis of 22 Microlensing Parallax Candidates". ApJ 633,914